

Strong Magnetic Field Effect on Radius of Neutron Stars

Ali Mohammad Ali Looei, Hamid Reza Moshfegh*

Department of Physics, University of Tehran, Tehran, Iran

Received: 31.01.2022 Revised: 25.04.2022 Accepted: 23.05.2022

Doi: [10.22055/jrmb.2022.17610](https://doi.org/10.22055/jrmb.2022.17610)

Abstract

This study investigates the effects of intense magnetic field on Equation of State (EOS) and bulk properties of neutron stars (NS). We have used a variational many-body approach to obtain the EOS of core of NS and various models are considered as basic EOS of crust of neutron stars. In this study, we focused on Landau levels of electrons. It is shown that by increasing the magnetic field, the pressure of NS is increased. Finally, the mass-radius relation of a neutron star is extracted by solving the hydrostatic equilibrium equations. It is shown that the magnetic field does not have a considerable effect on maximum mass which is obtained $2.3M_{\odot}$ by employing EOS in this study. Instead, by increasing the magnetic field inside the NS, the radius of star increases depending on the crust EOS.

Keywords: Neutron star, Magnetic field, Equation of State, Landau Levels

* Corresponding Author: Hmoshfeqh@ut.ac.ir

اثر میدان مغناطیسی بزرگ بر شعاع ستاره‌های نوترونی

علی محمد علی لویی، حمید رضا مشفق*

دانشکده فیزیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

دریافت: ۱۴۰۰/۱۱/۱۱ ویرایش نهائی: ۱۴۰۱/۰۲/۰۵ پذیرش: ۱۴۰۱/۰۳/۰۲

Doi: [10.22055/jrmb.2022.17610](https://doi.org/10.22055/jrmb.2022.17610)

چکیده

اثر میدان مغناطیسی بزرگ بر معادله حالت ستاره‌های نوترونی و خواص ساختاری ستاره نوترونی بررسی شده است. برای هسته ستاره نوترونی از روش وردشی برای یافتن معادله حالت استفاده کرده‌ایم و برای پوسته از سه مدل مختلف گاز فرمی، BPS و BBP بهره برده‌ایم. در این پژوهش بر اثر میدان مغناطیسی روی ترازهای لاندائوی الکترون‌ها تمرکز داشته‌ایم. نشان داده‌ایم با افزایش میدان مغناطیس فشار درون ستاره افزایش می‌یابد. با حل معادلات تعادل هیدرواستاتیکی درون ستاره رابطه جرم-شعاع ستاره به دست آمده است و دیده می‌شود میدان مغناطیس اثر چشمگیری روی جرم بیشینه ستاره ندارد و با مدل‌های به کار رفته جرم بیشینه ستاره $2.3M_{\odot}$ به دست می‌آید. محاسبات ما نشان می‌دهد افزایش میدان مغناطیسی درون ستاره موجب افزایش شعاع ستاره می‌شود. این افزایش شعاع برای معادله حالت پوسته BBP بیش از دو مدل دیگر است.

کلیدواژگان: ستاره نوترونی، معادله حالت، میدان مغناطیسی، ترازهای لاندائو

مقدمه

نظر گرفت. از این رو این ستاره‌ها آزمایشگاه طبیعی مناسبی برای محک زدن نظریه‌های موجود برای ماده به شدت چگال و تبهگن و بررسی گذار فازهای ماده باریونی به کوارکی هستند. در بررسی ساختار این ستاره‌ها معادله حالت ماده تشکیل دهنده آنها که به صورت رابطه فشار برحسب چگالی بیان می‌شود نقش کلیدی در شناخت آنها دارد. اندازه‌گیری‌های جدید برخی قیود را در مورد معادله حالت ستاره نوترونی برقرار کرده‌اند. اولین بار گروه NICER شعاع تپ اختر PSR J0740+6620 را با بیشترین جرم با دقت بالایی اندازه‌گیری کردند، که این اندازه‌گیری‌ها در کنار سایر اندازه‌گیری‌هایی که برای حد بالای جرم ستاره نوترونی انجام شده بود، پژوهشگران را قادر می‌سازند تا بتوان معادله حالات مبتنی بر محاسبات را

ستاره‌های نوترونی اجسام فشرده بازمانده، از فروپاشی هسته ستاره‌های سنگین در مراحل آخر تحول خود هستند. محاسبات اولیه مربوط به مدل‌های مختلف برای ستاره نوترونی توسط اُپنهایمر و ولکوف در سال ۱۹۳۹ انجام شد، آنها فرض کردند ستاره از یک گاز نوترونی آرمانی بسیار چگال تشکیل شده است [۱]. ستاره‌های نوترونی یکی از چگال‌ترین اجسام عالم هستند. چگالی متوسط این ستاره‌ها $\bar{\rho} = 4.8 \times 10^{14} \frac{g}{cm^3}$ و چگالی مرکزی آنها در حدود $\rho_c \cong 10^{14} \frac{g}{cm^3}$ است. ساختار این ستاره‌ها بیشتر از نوترون‌ها و اندکی پروتون و الکترون در حال تعادل بتایی است. البته سناریوهای دیگری نیز برای ساختار آنها مانند وجود هایپرون‌ها و ماده کوارکی می‌توان در

*نویسنده مسئول: Hmshfegh@ut.ac.ir



در چارچوب نسبیت عام یعنی معادلهٔ تولمن-والکوف-آپنهایمر (TOV)^۲ رابطهٔ مهم جرم-شعاع را برای ستاره نوترونی یافته و نتایج را برای چند مدل ارائه می‌دهیم. برای دستیابی به این هدف، مقاله به صورت زیر آرایش می‌یابد: ابتدا ساختار ستاره نوترونی به صورت خلاصه مرور می‌شود. سپس معادلهٔ حالت مادهٔ هستهٔ ستاره نوترونی در چارچوب روش LOC_V را شرح می‌دهیم. در بخش ۴ به میدان مغناطیسی و ترازهای لاندائو پرداخته و در زیر بخش‌های آن اثر این میدان مغناطیسی را روی مدل‌های مختلف پوسته بررسی می‌کنیم. در بخش ۵ معادلات ساختاری تعادل هیدرواستاتیکی را با معادلهٔ حالت‌های به دست آمده حل می‌کنیم و خواص ستاره را به دست می‌آوریم. بخش آخر نیز به بحث و نتیجه‌گیری اختصاص داده شده است.

ساختار ستاره نوترونی

ساختار ستاره نوترونی را می‌توان به چهار قسمت اصلی تقسیم کرد. پوستهٔ خارجی از زیر اتمسفر شروع شده و چگالی تا $\rho_{ND} = 4 \times 10^{11} \frac{g}{cm^3}$ ادامه می‌یابد و ضخامت آن چند صد متر است. این قسمت شامل گاز الکترونی غیر تبهگن و مقداری یون‌های مثبت و منفی است و بخش اصلی فشار در این قسمت به دلیل همین گاز الکترونی است. چگالی پوستهٔ داخلی با ضخامت تقریبی یک کیلومتر، از زیر پوستهٔ خارجی شروع شده و تا چگالی $0.5\rho_0$ ادامه می‌یابد. ($\rho_0 = 2.8 \times 10^{14} \frac{g}{cm^3}$ چگالی اشباع هسته‌ای است). مادهٔ اصلی تشکیل دهندهٔ پوستهٔ داخلی الکترون‌ها، نوترون‌ها و هستهٔ اتمی غنی شده از نوترون است. هستهٔ خارجی با چگالی بین $0.5\rho_0$ تا $2\rho_0$ ضخامت پنج الی شش کیلومتر دارد و مادهٔ تشکیل دهندهٔ این قسمت نوترون‌ها با چند درصد پروتون، الکترون و احتمالاً موئون است.

تا چگالی‌های بسیار زیاد مورد ارزیابی قرار داد. این اندازه‌گیری‌ها برای ستاره‌های نوترونی جرم بیشینه $2.1M_{\odot}$ تا $2.5M_{\odot}$ و شعاعی در حدود 11.4 تا 13.7 کیلومتر را پیش‌بینی می‌کنند [۲]. پژوهش‌های بسیاری در مورد ستاره‌های نوترونی و ویژگی‌های مختلف آن صورت گرفته است. یکی از ویژگی‌های منحصر به فرد این ستاره‌ها وجود میدان مغناطیسی بسیار بزرگ از مرتبهٔ $B \sim 10^{13} G$ است. ابرشارگی و ابرسانایی این ستاره‌ها پیامد این میدان مغناطیسی عظیم است، هر چند منشأ اصلی این میدان مغناطیسی به درستی درک نشده است اما مشاهدات رصدی حاکی از وجود این میدان‌ها است [۱]. در پژوهش پیش رو می‌خواهیم اثر این میدان مغناطیسی بر ترازهای لاندائو در مادهٔ ستاره نوترونی و به دنبال آن، اثر آن را بر شعاع این ستاره‌ها بررسی کنیم. از آنجا که شعاع ستاره به شدت به معادلهٔ حالت پوستهٔ ستاره حساس است اثر میدان مغناطیسی را بر معادلهٔ حالت پوسته بررسی می‌کنیم. در این پژوهش ساختار هستهٔ ستاره را متشکل از نوترون، پروتون، الکترون و موئون ($npe\mu$) در نظر می‌گیریم. برای معادلهٔ حالت هستهٔ ستاره از روش وردشی با پایین‌ترین مرتبهٔ قید (LOC_V)^۱ با به کار گیری پتانسیل بین نوکلئون AV_{18} به همراه نیروی سه جسمی در نظر گرفته می‌شود و نوکلئون‌ها و لپتون‌ها را در شرایط تعادل مقابل واپاشی بتا در نظر می‌گیریم یعنی علاوه بر شرط خنثایی بار قرار می‌دهیم [۳]:

$$\mu_n = \mu_p + \mu_e \quad ۱$$

که μ_i پتانسیل شیمیایی ذره i است. این روش در محاسبات بس‌ذره‌ای مایعات کوانتومی به‌ویژه مادهٔ هسته‌ای متقارن و نامتقارن چه در دمای صفر و چه دمای معین سربلند بیرون آمده است [۳] و [۴]. سرانجام با حل معادلات تعادل هیدرواستاتیکی ستاره

² Tolman-Oppenheimer-Volkoff

¹ Lowest-Order Constrained Variational

$$fO_{\alpha}^{p=1,2,3} = P^s, \frac{2}{3}P^t + \frac{1}{6}S_{12}, \frac{1}{3}P^t - \frac{1}{6}S_{12} \quad 5$$

که $S_{12} = 3(\sigma_1 \cdot \hat{r})(\sigma_2 \cdot \hat{r}) - (\sigma_1 \cdot \sigma_2)$ به عملگر تانسوری معروف است، P^s و P^t به ترتیب عملگرهای تصویر اسپین، حالت‌های تک تایه و سه تایه هستند. هامیلتونی را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$H_{NR} = \sum_{i=1}^A \frac{P_i^2}{2m} + \sum_{i<j} V(ij) + \sum_{i<j} V(ijk) \quad 6$$

که $V(ij)$ و $V(ijk)$ برهم‌کنش دو و سه جسمی نوکلئونی هستند:

$$V(ij) = \sum_{\alpha,p} v_{\alpha}^{(p)}(ij) fO_{\alpha}^{(p)}(ij) \quad 7$$

که $v_{\alpha}^{(p)}$ پتانسیل برهم‌کنش دو نوکلئونی در هر یک از کانال‌های برهم‌کنش است. می‌توان انرژی را به صورت بسط خوشه‌ای تا خوشه‌های دو جسمی نوشت:

$$E[f] = \frac{1}{A} \frac{\langle \Psi | H | \Psi \rangle}{\langle \Psi | \Psi \rangle} = E_1 + E_2 \quad 8$$

E_1 سهم خوشه‌های تک‌ذره‌ای یا همان انرژی جنبشی گاز ایده‌آل است. E_2 یک تابعی (functional) برحسب توابع همبستگی f است:

$$E_2 = \frac{1}{2A} \sum_{ij} \langle ij | W(12) | ij - ji \rangle \quad 9$$

که:

$$W(12) = -\frac{\hbar^2}{2M} [f(12), [\nabla_{12}^2, f(12)]] + f(12)V(12)f(12) \quad 10$$

T_i عملگر انرژی جنبشی i امین ذره M جرم نوکلئون مورد نظر است، $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ که ثابت پلانک است. E_2 را با توجه به تغییرات $f_{\alpha}^{(p)}$ تحت شرط بهنجارش:

این بخش سهم عمده جرم ستاره را در بر دارد. هسته داخلی نیز با ضخامت سه الی چهار کیلومتر و چگالی بزرگتر از $2\rho_0$ و چگالی مرکزی حدود $10\rho_0$ است. در این قسمت با افزایش چگالی ممکن است نوکلئون‌ها به ذرات دیگری مانند هایپرون‌ها، کائون‌ها، پایون‌ها، کوارک‌ها و غیره نیز تبدیل شوند. در برخی مدل‌ها برای سادگی کار هسته داخلی و خارجی را یکسان می‌گیرند. در این پژوهش ما نیز از این مدل ساده شده استفاده می‌کنیم [۱] و [۵].

معادله حالت هسته ستاره نوترونی

روش وردشی با پایین‌ترین مرتبه قید (LOCV) روشی کارآمد و شناخته شده برای بررسی خواص ماده هسته‌ای است. در این روش تابع موج بس‌ذره‌ای آزمونی $\psi = \mathcal{F}\phi$ به عنوان مبنای کار در نظر گرفته می‌شود، که ϕ دترمینان اسلیتر توابع موج تک‌ذره‌ای A نوکلئون بدون برهم‌کنش است و \mathcal{F} عملگر همبستگی A جسمی است که در تقریب جاسترو به صورت حاصلضرب عملگرهای همبستگی دو جسمی f در نظر گرفته می‌شود [۵]:

$$\phi = \mathcal{A} \prod_{i=1}^A \phi_i \quad 2$$

$$\mathcal{F} = \mathcal{S} \prod_{i<j} f(ij) \quad 3$$

که \mathcal{A} و \mathcal{S} به ترتیب عملگرهای پادمتقارن و متقارن سازی هستند. ϕ_i تابع موج تک ذره یا همان موج تخت است و $f(ij)$ عملگر همبستگی دو جسمی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$f(ij) = \sum_{\alpha,p} f_{\alpha}^{(p)}(ij) fO_{\alpha}^{(p)}(ij) \quad 4$$

در رابطه ۴، $\alpha = \{J, L, S, T, M_T\}$ اعداد کوانتومی سیستم و عملگر $O_{\alpha}^{(p)}$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

ابرسانایی ذرات باردار و ابرشارگی نوترون‌ها می‌توان میدان مغناطیسی را در حد میکروسکوپی درون ماده ستاره به صورت یکنواخت در نظر گرفت. از مهم‌ترین اثر میدان مغناطیسی در این ماده می‌توان به اثر میدان مغناطیسی روی ترازهای لاندائو^۱، نام برد. در ستاره نوترونی تنها تغییر انرژی الکترون‌ها و پروتون‌ها، ناشی از تغییر ترازهای لاندائو، در فشار نهایی و در نتیجه در معادله حالت تغییر ایجاد می‌کند. در هسته ستاره نوترونی کسر الکترون‌ها بسیار ناچیز است (کمتر از پنج درصد کل ذرات) و بیشتر الکترون‌های یک ستاره نوترونی در پوسته آن قرار گرفته‌اند. از این رو به‌عنوان یک تقریب خوب اثر میدان مغناطیسی بر ترازهای لاندائو را در معادله حالت پوسته ستاره نوترونی بررسی می‌کنیم. در این پژوهش سه مدل مختلف معروف برای پوسته را مد نظر قرار خواهیم داد و مروری بر اثر میدان مغناطیسی روی معادله حالت آنها خواهیم داشت و سرانجام نتایج را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم.

الف: مدل گاز فرمی (FG)

الکترون‌ها در ماده ستاره نوترونی، نسبتی هستند. انرژی یک الکترون در حضور میدان مغناطیسی خارجی در راستای محور Z را با حل معادله نسبیتی دیراک به صورت زیر به دست می‌آوریم [۵]:

$$E_e^2 = P_z^2 c^2 + m^2 c^4 \left(1 + (2v + 1 + \sigma) \frac{e\hbar B}{m^2 c^3} \right) \quad ۱۳$$

در رابطه ۱۳، B بزرگی میدان مغناطیسی، m جرم الکترون، P_z تکانه الکترون در راستای محور Z، σ تصویر اسپین روی محور Z و c سرعت نور است. سرانجام v به عدد کوآنتومی ترازهای لاندائو معروف است که مقادیر صحیح $0, 1, 2, \dots$ دارد.

$$\frac{1}{A} \sum_{ij} (ij | h_{T_z}^2(12) - f^2(12) | ij - ji) = 0 \quad ۱۱$$

کمینه می‌کنیم که در آن $h_{T_z}(r)$ تابع پائولی اصلاح شده برای ماده هسته‌ای پادمقارن است:

$$h_{T_z}(r) = \left[1 - \frac{9}{2} \left(\frac{J_l(k_i^F r)}{k_i^F r} \right) \right], T_z = \pm 1 \quad ۱۲$$

$$= 1, T_z = 0$$

در رابطه بالا $J_l(x)$ توابع بسل کروی هستند. سرانجام با شرایط بهنجارش رابطه ۱۲ معادلات اوپلر لاگرائز برحسب توابع همبستگی به دست می‌آیند. با حل این معادلات و برقراری قید بهنجارش توابع همبستگی و به دنبال آن انرژی خوشه‌های دو جسمی به دست می‌آید. برای برهم‌کنش‌های دو جسمی از پتانسیل شناخته شده AV_{18} و برای نیروهای سه جسمی برهم‌کنش UIX ، از طریق پتانسیل دو جسمی مؤثر وارد فرمولبندی می‌شود. جزئیات در مراجع [۳] و [۴] آمده است. سرانجام از آنجایی که ماده هسته‌ای ستاره در مقابل واپاشی بتا پایدار است، معادلات در شرایط پایداری ماده در مقابل واپاشی بتا، رابطه ۱ و همچنین رابطه ختثایی بار الکتریکی ستاره نوشته می‌شوند. الکترون‌ها در ماده تعادل بتایی نسبیتی در نظر گرفته می‌شوند. با این شرایط انرژی تنها برحسب چگالی باریونی به دست می‌آید. در آخر معادله حالت ماده ستاره نوترونی یعنی فشار برحسب چگالی را از روابط ترمودینامیکی شناخته شده از رابطه انرژی به دست می‌آوریم.

معادله حالت پوسته و حضور میدان مغناطیسی

حضور میدان مغناطیسی در ستاره‌های نوترونی با دیدگاه‌های متفاوتی بررسی شده است. در غیاب

¹ Landau Levels

انتگرال تکانه فرمی است چگالی الکترون‌ها در دمای صفر:

$$n_e = \sum_{v=0}^{v_m} \frac{2eB}{h^2 c} g_v P_e^F(v) \quad ۱۶$$

به‌دست می‌آید که در آن بیشینه تکانه فرمی به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P_e^F(v)^2 c^2 + m^2 c^4 (1 + 2vB^*) \equiv \mu_e^2 \quad ۱۷$$

در این رابطه μ_e پتانسیل شیمیایی (انرژی فرمی) الکترون است. روشن است که بیشینه تراز لاندائو v_m که توسط الکترون‌ها اشغال می‌شود تحت شرایط $P_e^F(v)^2 \geq 0$ به‌دست می‌آید. دو کمیت بدون بعد به‌صورت $\chi_e(v) = \frac{P_e^F(v)}{mc}$ و $\gamma_e = \frac{\mu_e}{mc^2}$ تعریف می‌کنیم سپس رابطه ۱۶ که همان چگالی عددی الکترون‌ها در حضور میدان مغناطیسی است را در انرژی تک تک الکترون‌ها که از رابطه ۱۳ به‌دست آمده ضرب می‌کنیم و روی v ها جمع بسته و انتگرال‌گیری می‌کنیم. با این محاسبات چگالی انرژی الکترون‌ها در دمای صفر به‌دست می‌آید:

$$\varepsilon_e = \frac{2B^*}{(2\pi)^2 \lambda_e^3} \sum_{v=0}^{v_m} \int_0^{\chi_e(v)} E_e d\left(\frac{P_z}{mc}\right) \quad ۱۸$$

در نتیجه:

$$\varepsilon_e = \frac{2B^*}{(2\pi)^2 \lambda_e^3} mc^2 \sum_{v=0}^{v_m} g_v \quad ۱۹$$

میدان مغناطیسی بحرانی یعنی میدانی که مقدار انرژی ناشی از میدان مغناطیسی قابل قیاس با انرژی سکون ذره باشد، به‌صورت $B_{Cr} = \frac{m^2 c^3}{e\hbar}$ تعریف می‌شود. برای الکترون این میدان بحرانی از مرتبه $10^{13} G$ است، در میدان‌های خیلی کمتر از آن مقدار، ترازهای لاندائو نقشی مهمی در محاسبات ندارند. ترازهای لاندائو اما در مورد پروتون‌ها برای میدان مغناطیسی بحرانی بسیار بزرگ $B \sim 10^{18} G$ ، مهم است. با این حال انرژی مربوط به بخش ترازهای لاندائو آنها در مقایسه با انرژی سکون پروتون بسیار ناچیز است و اثر ترازهای لاندائو بسیار ناچیز می‌شود. بنابراین با توجه به میدان‌های مغناطیسی پیش‌بینی شده برای ستاره‌های نوترونی تنها در محاسبات، الکترون‌ها را در نظر می‌گیریم.

تعداد حالت‌های موجود در فضای تکانه (تعداد الکترون‌ها در واحد حجم) در بازه ΔP_z برای یک U خاص به‌صورت $g_v \left(\frac{eB}{h^2 c}\right) \Delta P_z$ است. در میدان مغناطیسی صفر چگالی عددی الکترون‌ها از رابطه:

$$\frac{2}{h^3} \int d^3 P = \frac{1}{\pi^2 \lambda_e^3} \int \left(\frac{P}{mc}\right)^2 d\left(\frac{p}{mc}\right) \quad ۱۴$$

به‌دست می‌آید که در حضور میدان مغناطیسی با رابطه زیر (که از محاسبات مربوط به گاز فرمی به‌دست می‌آید) جایگزین می‌شود [۵]:

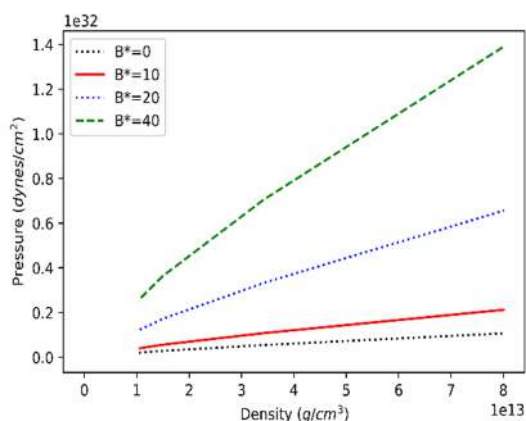
$$\sum_v \left(\frac{eB}{h^2 c}\right) g_v \int dP_z = \frac{B^*}{(2\pi)^2 \lambda_e^3} \sum_v g_v \int d\left(\frac{P_z}{mc}\right) \quad ۱۵$$

در روابط بالا $\lambda_e = \frac{h}{mc}$ طول موج کامپتون الکترون است و $B^* = \frac{B}{B_{Cr}}$ پس از انتگرال‌گیری که حد بالای

$$P_e = \frac{1}{3} \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{P_F} \frac{p^2 c^2}{E_e} p^2 dp \quad 25$$

که E_e همان انرژی رابطه ۱۳ در حالت میدان صفر است. اما اگر میدان وجود داشته باشد از ۱۳ به جای ۲۴ باید استفاده کنیم [۵].

در شکل ۱ معادله حالت پوسته را برای مدل گاز فرمی برای چند میدان مغناطیسی رسم کرده‌ایم.



شکل ۱. نمودار فشار برحسب چگالی ستاره نوترونی برای مدل (FG).

همان‌طور که در شکل دیده می‌شود با افزایش میدان مغناطیسی در یک چگالی ثابت، فشار نیز افزایش می‌یابد. بنابراین پیش‌بینی می‌شود که با این فشار مثبت ذرات باید به‌طرف خارج رفته و شعاع ستاره افزایش یابد.

ب: مدل BPS

مبنای کار مدل BPS^۱ به حساب آوردن انرژی کولونی است، در ناحیه پوسته، شبکه‌ای از نوکلئون‌هایی داریم که الکترون‌ها در آن گاز الکترونی تشکیل داده‌اند، پس باید برهم‌کنش‌های e-e و e-p را هم در نظر

$$\times (1 + 2\nu B^*) \Psi \left[\frac{\chi_e(\nu)}{(1 + 2\nu B^*)^{\frac{1}{2}}} \right]$$

که

۲۰

$$\Psi(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{1 + x^2} + \frac{1}{2} \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$$

با توجه به چگالی انرژی به‌دست آمده می‌توانیم فشار گاز الکترونی که همان معادله حالت است را به‌طریق زیر در حضور میدان مغناطیسی حساب کنیم:

$$P_e = n_e^2 \frac{d}{dn} \left(\frac{\varepsilon_e}{n_e} \right) = -\varepsilon_e + n_e \mu_e \quad 21$$

در نتیجه:

$$P_e = \frac{2B^*}{(2\pi)^2 \lambda_e^3} m c^2 \sum_{\nu=1}^{\nu_m} g_{\nu} \times (1 + 2\nu B^*) \eta \left[\frac{\chi_e(\nu)}{(1 + 2\nu B^*)^{\frac{1}{2}}} \right] \quad 22$$

که در آن

$$\eta(x) = \frac{1}{2} x \sqrt{1 + x^2} - \frac{1}{2} \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) \quad 23$$

در حالی که اگر میدان مغناطیسی وجود نداشت از رابطه ۱۳ چگالی انرژی و سپس فشار به‌صورت زیر به‌دست می‌آمد:

$$\varepsilon_e = \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{P_F} P^2 E_e dP \quad 24$$

¹ Baym-Pethick-Sutherland

بگیریم. ابتدا رابطه زیر را برای گاز تبهگن در نظر می‌گیریم:

$$\frac{E_c}{E_F} = \frac{Ze^2/\langle r \rangle}{P_F^2/2m} \quad 26$$

که m جرم الکترون و Z تعداد پروتون‌های هسته خاص است، E_c و E_F به ترتیب انرژی کولونی و انرژی فرمی هستند. میانگین مربع شعاع را به صورت زیر تعریف می‌کنیم [۶]:

$$\langle r^2 \rangle = \frac{\int \rho(r)r^2 d\tau}{\rho(r) d\tau} \quad 27$$

که τ حجم ناحیه مورد نظر و $\rho(r)$ چگالی شعاعی است. اگر توزیع چگالی بار را به صورت کروی، متقارن و یکنواخت در نظر بگیریم داریم، $\rho(r) = \rho_0$ پس از جای‌گذاری و انتگرال‌گیری رابطه زیر حاصل می‌شود:

$$\sqrt{\langle r^2 \rangle} = \bar{R} = \sqrt{\frac{3}{5}} R = \sqrt{\frac{3}{5}} (r_0 A^{\frac{1}{3}}) \quad 28$$

که $r_0 = 1.85 \text{ fm}$ و A عدد جرمی و R شعاع هسته خاص است. کنون اگر چگالی عددی الکترون‌ها را در یک توزیع بار کروی به شعاع R در نظر بگیریم داریم:

$$n_e = \frac{Z}{\frac{4}{3}\pi R^3} = \frac{8\pi}{3h^3} P_F^3 \quad 29$$

با استفاده از روابط ۲۸ و ۲۹ می‌توان نتیجه گرفت که $\langle r \rangle \sim n_e^{-\frac{1}{3}}$ و در نتیجه داریم:

$$\frac{E_c}{E_F} = 2 \left(\frac{1}{3\pi^2} \right)^{\frac{2}{3}} \frac{Z}{a_0} n_e^{\frac{1}{3}}$$

که $a_0 = \frac{\hbar^2}{mc^2}$ شعاع بوهر است. اکنون می‌توانیم معادله حالت مربوط به انرژی ناشی برهم‌کنش ذرات باردار را به دست آوریم. برای این منظور ابتدا انرژی

کولونی را برای حالت e-e به صورت زیر به دست می‌آوریم:

۳۰

$$E_{e-e} = \int_0^R \frac{q dq}{r}$$

$$q = -Ze \frac{r^3}{R^3}$$

سرانجام:

$$E_{e-e} = \frac{3Z^2 e^2}{5R}$$

و انرژی کولونی مربوط به حالت e-p را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$E_{e-p} = Ze \int_0^R \frac{dq}{r} = -\frac{3Z^2 e^2}{2R} \quad 31$$

و انرژی کل برابر می‌شود با:

$$E_c = E_{e-e} + E_{e-p} = -\frac{9Z^2 e^2}{10R} \quad 32$$

در آخر فشار شبکه P_L به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_L = n_e^2 \frac{d}{dn_e} \left(\frac{E_c}{Z} \right) = -\frac{3}{10} \left(\frac{4\pi}{3} \right)^{\frac{1}{3}} Z^{\frac{2}{3}} e^2 n_e^{\frac{4}{3}} \quad 33$$

برای به دست آوردن معادله حالت ابتدا انرژی فرمی الکترون‌ها را در حضور میدان مغناطیسی به دست می‌آوریم، برای این کار تعداد حالت‌های اشغال شده توسط الکترون‌ها را در فضای تکانه در واحد حجم (چگالی حالات) N_{pha} برای موردی که میدان

حالت می‌کنیم. پس از انتگرال‌گیری از رابطه ۲۲ فشار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$P_e = \frac{1}{3} \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{p_F} \frac{p^2 c^2}{E_e} p^2 dp = \frac{1}{3} \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{p_F} \frac{p^2 c^2}{(m^2 c^4 + p^2 c^2)^{\frac{1}{2}}} p^2 dp = \frac{mc^2}{\lambda_e^3} \phi(\chi_e) = 1.412 \times 10^{25} \phi(\chi_e) \quad ۳۷$$

$$\phi(\chi_e) = \frac{1}{8\pi^2} \left[\chi_e (1 + \chi_e^2)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{3} \chi_e^2 - 1 \right) + \ln[\chi_e + (1 + \chi_e^2)^{\frac{1}{2}}] \right] \quad ۳۸$$

$$\chi_e = \frac{p_e^F}{mc} \cong \frac{E_F(e)}{mc^2} = 86.77 \times \left(\frac{Y_e \rho B}{0.05 \rho_0 B_{cr}} \right)^{\frac{1}{4}} \quad ۳۹$$

و برای میدان‌های مغناطیسی بزرگ اگر $\chi_e \gg 1$ باشد، آنگاه $\phi(\chi_e) \rightarrow \frac{\chi_e^4}{12\pi^2}$ تا ۳۷ تا ۳۹ نتیجه می‌گیریم [۷]:

$$P_e = 6.266 \times 10^{30} \left(\frac{Y_e \rho B}{0.05 \rho_0 B_{cr}} \right) \quad ۴۰$$

فشار نهایی در این مدل از جمع فشار در روابط ۳۳ و ۳۹ به دست می‌آید.

در شکل ۲ معادله حالت پوسته مربوط به مدل BPS را که حاصل جمع روابط ۳۳ و ۳۹ است را برای میدان‌های مغناطیسی مختلف رسم کرده‌ایم.

مغناطیسی بزرگ داریم حساب می‌کنیم، در حالی که میدان مغناطیسی داریم تکانه عمود بر میدان طبق ترازهای لاندائو تغییر می‌کند، داریم [۷]:

$$N_{pha} = \frac{2\pi}{h^3} \int dp_z \sum_{v=0}^{v_m(P_z, \sigma, B^*)} g_v \int \delta \left(\frac{p_{\perp}}{mc} - \sqrt{(2v+1+\sigma)B^*} \right) p_{\perp} dp_{\perp} \quad ۳۴$$

برای $v=0$ مقدار $g_v=1$ و $\sigma=-1$ و برای $v \geq 1$ مقدار $g_v=2$ و $\sigma=\pm 1$ زیرا برای اسپین الکترون در هر تراز (به جز تراز صفرم) تبهگنی دوگانه داریم. P_{\perp} تکانه عمود بر راستای میدان مغناطیسی است. پس از مقداری عملیات جبری N_{pha} را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$N_{pha} = \frac{4\pi}{3B^*} \left(\frac{mc}{h} \right)^3 \gamma_e^4 \int_0^1 \left(1 - \frac{1}{\gamma_e^2} - \chi_e^2 \right) d\chi_e - 2\pi \left(\frac{mc}{h} \right)^3 \sqrt{2B^*} \quad ۳۵$$

از طرفی N_{pha} با چگالی الکترون‌ها یعنی $n_e = N_A \rho Y_e$ برابر است، که N_A عدد آووگادرو و $Y_e = \frac{Z}{A}$ کسر الکترونی نامیده می‌شود. پس با قرار دادن $N_{pha} = n_e$ انرژی فرمی الکترون‌ها در حضور میدان مغناطیسی را می‌یابیم [۴]:

$$E_F(e) \cong 43.44 \left(\frac{Y_e \rho B}{0.05 \rho_0 B_{cr}} \right)^{\frac{1}{4}} \text{Mev} \quad ۳۶$$

از سویی طبق رابطه ۱۷ با افزایش میدان مغناطیسی ترازهای لاندائو کمتری اشغال می‌شوند و با تقریب خوبی می‌توان تغییرات تکانه در راستای عمود بر میدان را پیوسته در نظر گرفت. از رابطه ۲۲ فشار را محاسبه کرده و در آخر نقش میدان مغناطیسی را وارد معادله

گاز نوترونی را مشابه رابطه ۲۵ برای نوترون‌ها به صورت زیر می‌نویسیم:

$$P_n = \frac{1}{3} \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{p_{F(n)}} \frac{p_n^2 c^2}{E_n} p_n^2 dp_n =$$

$$\frac{1}{3} \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{p_{F(n)}} \frac{p_n^2 c^2}{(m_n^2 c^4 + p_n^2 c^2)^{\frac{1}{2}}} p_n^2 dp_n =$$

$$\frac{m_n c^2}{\lambda_n^3} \phi(\chi_n) \quad ۴۲$$

در رابطه فوق $\lambda_n = \frac{h}{m_n c}$ طول موج کامپتون نوترون است و $\phi(\chi_n)$ به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\phi(\chi_n) = \frac{1}{8\pi^2} \left[\chi_n (1 + \chi_n^2)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{3} \chi_n^2 - 1 \right) + \ln[\chi_n + (1 + \chi_n^2)^{\frac{1}{2}}] \right] \quad ۴۳$$

$$\chi_n = \frac{p_n^F}{m_n c} = \frac{\sqrt{2m_n \mu_n}}{m_n c} = \sqrt{\frac{2\mu_n}{m_n c^2}} \quad ۴۴$$

برای به دست آوردن پتانسیل شیمیایی نوترون که اثرات میدان مغناطیسی را هم شامل شود، در حالت تعادل بتایی داریم:

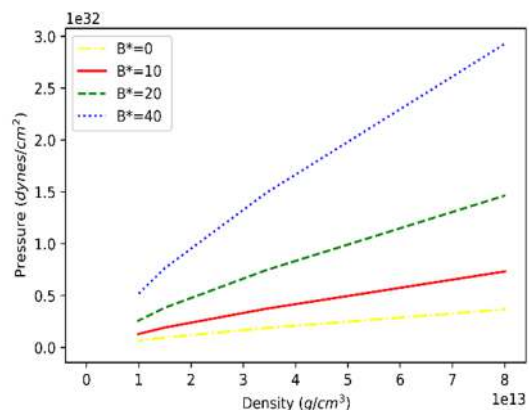
$$\mu_n + m_n c^2 = \mu_p + \mu_e + m_p c^2 \quad ۴۵$$

در رابطه فوق $\mu_e = E_F(e)$ است که در رابطه ۳۶ محاسبه شده است. با استدلال مشابه در مورد انرژی فرمی الکترون‌ها، برای پروتون‌ها هم رابطه زیر را می‌نویسیم:

$$E_F(p) = \mu_p \cong$$

$$1.005 \left(\frac{Y_e \rho}{0.05 \rho_0} \frac{B}{B_{cr}} \right)^{\frac{1}{2}} \text{Mev} \quad ۴۶$$

سر انجام چون μ_n را طبق رابطه ۴۵ حساب کردیم، χ_n به صورت زیر محاسبه می‌شود:



شکل ۲. نمودار فشار برحسب چگالی ستاره نوترونی برای مدل (BPS)

همانند مدل گاز فرمی دوباره دیده می‌شود که در هر چگالی ثابت با افزایش میدان مغناطیسی فشار مقادیر مثبت تری می‌یابد و به دنبال آن انتظار داریم شعاع ستاره نیز افزایش یابد. برای دیدن این اثر ناگزیریم معادله تعادل هیدرواستاتیکی ستاره را حل کنیم که این مهم در بخش معادلات ساختاری ستاره بررسی می‌شود.

ب: مدل BBP

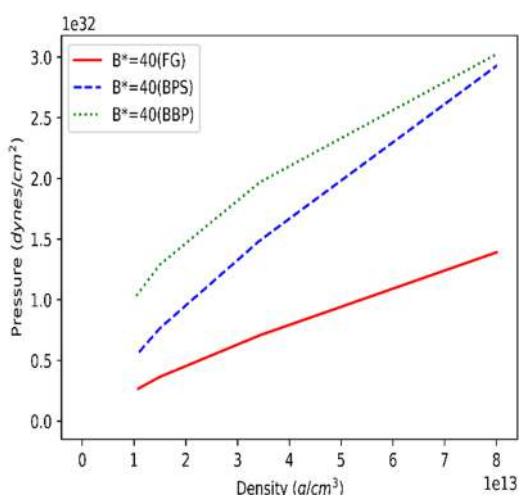
هنگامی که بحث از نواحی با چگالی بالای $\rho_{ND} \approx 4 \times 10^{11}$ پیش می‌آید، که به آن چگالی نوترون‌ریزی می‌گویند، چگالی ماده نوترونی افزایش می‌یابد و هسته‌ها از نوترون غنی می‌شوند، در این حالت سیستم ما ترکیبی از هسته‌ها، نوترون‌های آزاد و الکترون‌ها است. در مدل BBP^۱ اساس کار برحسب مدل قطره مایع برای هسته‌ها است [۷] فشار در این مدل به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P = P_L + P_e + P_n \quad ۴۱$$

که فشار مربوط به شبکه (P_L) و فشار گاز الکترونی (P_e) قبلاً در روابط ۳۳ و ۴۰ مشخص شده‌اند، فشار

^۱ Baym-Bethe-Pethick

در این مدل نیز با افزایش میدان مغناطیسی در هر چگالی معین فشار مثبت به سیستم تحمیل می‌شود و اگر این فشار از بیرون با فشار ناشی از گرانش خنثی نشود موجب افزایش شعاع می‌شود.



شکل ۴. نمودار فشار برحسب چگالی ستاره نوترونی برای مدل‌های مختلف.

در شکل ۴ معادله حالت پوسته برای سه مدل ارائه شده در حضور میدان مغناطیسی برای $B^* = 40$ ، با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همان‌طور که دیده می‌شود در هر سه مدل، با افزایش میدان مغناطیسی فشار نیز افزایش پیدا می‌کند و مشاهده می‌کنیم که مدل BBP مقدار فشار مثبت بیشتری نسبت به دو مدل دیگر ایجاد می‌کند. از سویی دیده می‌شود در نظر نگرفتن اثرات برهم‌کنشی (مدل گاز فرمی) کمترین فشار را در هر چگالی معین دارد. بنابراین انتظار داریم مدل اخیر کمترین افزایش شعاع را در ستاره ایجاد کند.

معادلات ساختاری ستاره

در این بخش نتایج حاصل از حل معادلات TOV را بیان می‌کنیم و خواهیم دید که سازگاری خوبی با نتایج قبلی [۲] و [۹] تحلیل‌های ما دارند. برای سه مدل پوسته و یک مدل هسته ستاره شعاع و جرم ستاره نوترونی را

$$\chi_n = \sqrt{\frac{1}{m_n c^2}} = \left(2 \times \left(43.44 \left[\left(\frac{Y_e \rho B}{0.05 \rho_0 B_{cr}} \right) \right]^{\frac{1}{4}} - 1.29 + 1.005 \left[\left(\frac{Y_e \rho B}{0.05 \rho_0 B_{cr}} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \right)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (47)$$

در مدل BBP در چگالی‌های $\rho \ll 10^{15} \frac{g}{cm^3}$

اگر تقریب $\chi_n \ll 1$ را در نظر بگیریم، آنگاه برای رابطه ۴۷ به تقریب زیر می‌رسیم [۷]:

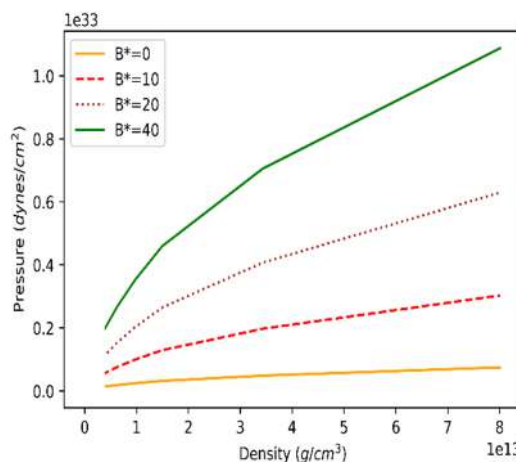
$$\phi(\chi_n) \rightarrow \frac{1}{15\pi^2} \left(\chi_n^5 - \frac{5}{14} \chi_n^7 + \frac{5}{24} \chi_n^9 \right) \quad (48)$$

سر انجام رابطه نهایی فشار گاز نوترونی را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$P_n = \frac{m_n c^2}{\lambda_n} \frac{1}{15\pi^2} \left(\chi_n^5 - \frac{5}{14} \chi_n^7 + \frac{5}{24} \chi_n^9 \right) \quad (49)$$

که اثرات میدان مغناطیسی در χ_n وارد شده است. جزئیات بیشتر در مورد محاسبات در مدل BBP مراجع [۷] و [۸] آمده است.

در ادامه نمودار مربوط به معادله ۴۱ را برای سه میدان مغناطیسی مختلف رسم می‌کنیم.



شکل ۵. نمودار فشار برحسب چگالی ستاره نوترونی برای مدل (BBP)

اخیر نیز هم‌خوانی قابل توجهی دارد [۹]. از سویی دیده می‌شود که با تغییر میدان مغناطیسی این مقدار (تا تقریب یک درصد) تغییر نمی‌کند و تنها اندکی در شعاع‌های بزرگتر رخ می‌دهد. برای آنکه تغییر شعاع ناشی از تغییر میدان مغناطیسی به‌روشنی دیده شود، مقادیر جرم-شعاع برای چند میدان مغناطیسی در جدول ۱ برای مدل گاز فرمی برای پوسته ارائه شده است. در ستون آخر این جدول شعاع را برای ستاره نوترونی با جرم ۱/۴ برابر جرم خورشید گزارش کرده ایم. همان‌طور که به‌روشنی از جدول پیداست، با افزایش میدان مغناطیسی شعاع ستاره افزایش می‌یابد. این نتیجه به‌صورت فیزیکی نیز قابل انتظار است. همان‌طور که در بخش پیشین اشاره شد، افزایش میدان مغناطیسی موجب افزایش فشار مثبت در پوسته می‌شود و از آنجا که قسمت بزرگی از جرم ستاره درون هسته قرار گرفته است، جرم اضافی برای خشتی کردن این فشار در پوسته وجود ندارد و بنابراین شعاع ستاره افزایش می‌یابد. البته همان‌طور که دیده می‌شود این افزایش در ستاره با جرم بیشینه نزدیک یک کیلومتر-برای تغییر ۴۰ واحدی میدان مغناطیسی (برحسب میدان بحرانی) است. با این حال تغییر شعاع برای ستاره با جرم کمتر قابل ملاحظه است.

جدول ۱. شعاع و جرم بیشینه ستاره نوترونی با پوسته مدل (FG).

B*	جرم بیشینه (M_{\odot})	شعاع (km)	$R_{M=1.4M_{\odot}}$ (km)
0	2.35	10.71	12.16
10	2.35	10.75	12.32
20	2.35	10.90	12.89
40	2.35	11.32	14.95

حساب می‌کنیم، در همه مدل‌ها معادله حالت هسته ستاره یکسان بوده و از داده‌های مربوط به معادله حالتی که از روش وردش با پایین‌ترین مرتبه قید با به‌کارگیری پتانسیلی دو جسمی AV_{18} و در نظر گرفتن نیروهای سه جسمی بین نوکلئونی از نوع اوربانا (UIX) به‌دست آمده، استفاده کرده‌ایم. جزئیات به‌کار رفته برای یافتن این معادله حالت را در مرجع [۵] می‌توان دید. معادلات TOV را نیز به‌صورت زیر می‌نویسیم [۱۰]:

$$\frac{dP(r)}{dr} = -\frac{G\rho(r)m(r)}{r^2} \left(1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2}\right) \left(1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{m(r)c^2}\right) \left(1 - \frac{Gm(r)}{rc^2}\right)^{-1}$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = \rho(r)4\pi r^2 \quad ۵۰$$

که در این رابطه $\rho(r)$ ، $P(r)$ و $m(r)$ به‌ترتیب چگالی جرم-انرژی، فشار و جرم در هر شعاع دلخواه ستاره نوترونی هستند. G ثابت جهانی گرانش است. پس از حل معادلات جفت شده فوق با استفاده از شرایط اولیه $m(r=0) = 0$ و $P(r=0) = P_0$ می‌توان برای هر چگالی مرکزی دلخواه دو معادله را همزمان حل کرد و شعاع ستاره و بدنبال آن جرم را یافت. این کار برای معادله حالت‌های پیشنهاد شده در این پژوهش انجام گرفته است.

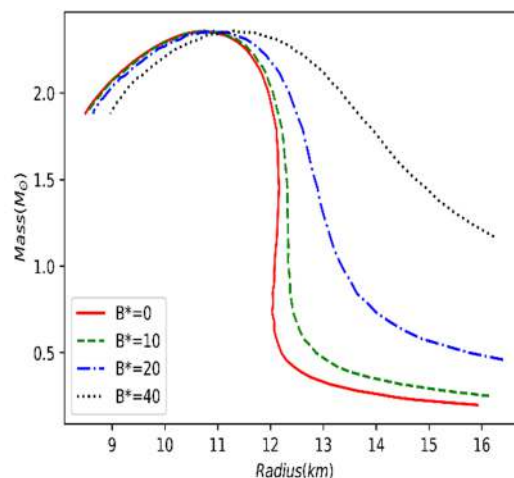
همان‌طور که در بخش‌های پیشین اشاره شد ما سه مدل مختلف برای پوسته در نظر گرفتیم. اولین مدل برای پوسته مدل گاز فرمی است. رابطه جرم-شعاع ستاره حاصل از حل معادله TOV برای این معادله حالت در پنج میدان مغناطیسی مختلف در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که در شکل دیده می‌شود جرم بیشینه ستاره مقدار ۲/۳۵ برابر جرم خورشید به‌دست آمده است. این مقدار با مقادیر حاصل از داده‌های رصدی

شکل ۶ همانند شکل ۵ است اما برای مدل پوسته BPS. جدول ۲ نیز همانند جدول ۱ برای این مدل است. ابتدا دیده می‌شود که جرم بیشینه همان‌طور که در پژوهش‌های دیگران نیز گزارش شده است اساساً به مدل پوسته به‌کار رفته بستگی ندارد و معادله حالت هسته در آن نقش کلیدی دارد.

در ادامه نتایج مربوط به آخرین مدل مورد بررسی یعنی مدل BBP به ترتیب در جدول ۳ و شکل ۷ آمده است. رفتار مشابه سایر مدل‌ها برای معادله حالت پوسته BBP دیده می‌شود یعنی با افزایش میدان مغناطیسی جرم بیشینه تا حد ۰/۰۱ تغییری نمی‌کند اما شعاع ستاره دستخوش تغییر می‌شود. میزان افزایش شعاع به شدت به نوع معادله حالت به‌کار رفته در پوسته وابسته است یعنی نوع برهم‌کنش‌های به‌کار رفته در پوسته می‌تواند تعیین‌کننده باشد. بنابراین با مقایسه داده‌های رصدی برای شعاع ستاره می‌توان برخی معادله حالت‌های پیشنهادی برای پوسته را محدود کرد. از سویی با هر یک از مدل‌های پیشنهادی در صورت توافق با سایر داده‌های رصدی که به‌خواص پوسته ستاره مرتبط باشند با محاسبات انجام شده می‌توان پیشنهادی برای اندازه میدان مغناطیسی درون ستاره داشت. یا برعکس اگر با روش‌های رصدی بتوان اندازه‌ای برای میدان مغناطیسی درون ستاره یافت با محاسبات انجام شده می‌توان شایستگی مدل‌های متفاوت برای پوسته ستاره را ارزیابی نمود.

جدول ۳. شعاع و جرم بیشینه ستاره نوترونی با پوسته مدل (BBP)

B^*	جرم بیشینه (M_{\odot})	شعاع (km)	$R_{M=1.4M_{\odot}}$ (km)
0	2.35	10.95	12.65
10	2.35	11.25	15.31
20	2.35	11.79	17.15
40	2.35	12.52	20.83

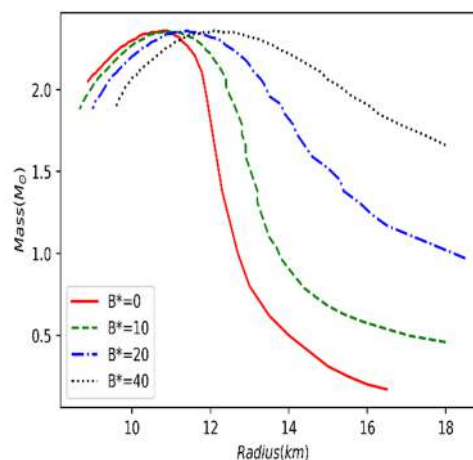


شکل ۵. نمودار جرم برحسب شعاع ستاره نوترونی با مدل گاز فرمی (FG) برای پوسته ستاره.

محاسبات مشابه برای دو مدل دیگر پوسته که در این پژوهش به آنها پرداخته شده است در ادامه آمده است.

جدول ۲. شعاع و جرم بیشینه ستاره نوترونی با پوسته مدل (BPS)

B^*	جرم بیشینه (M_{\odot})	شعاع (km)	$R_{M=1.4M_{\odot}}$ (km)
0	2.35	10.81	12.37
10	2.35	10.94	13.10
20	2.35	11.38	15.25
40	2.35	12.11	20.21



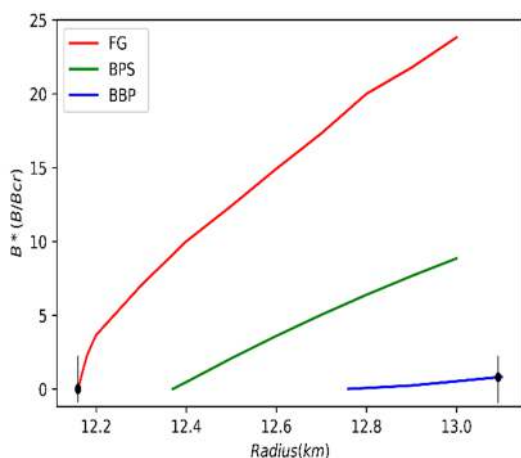
شکل ۶. نمودارهای جرم برحسب شعاع ستاره نوترونی با مدل (BPS) برای پوسته ستاره.

افزایش شعاع تأیید شد. در ضمن دیده شد که میدان مغناطیسی اثر محسوسی بر جرم بیشینه ستاره ندارد. با توجه به معادله حالتی که برای هسته ستاره به کار گرفته شد برای تمام مدل‌های پوسته به کار رفته جرم بیشینه برابر $2.35 \pm 0.01 M_{\odot}$ به دست آمد. این نتیجه با محاسبات و گزارش‌های سایر مراجع نیز هم‌خوانی دارد و بیان می‌کند که جرم ستاره به معادله حالت هسته بسیار حساس‌تر است و معادله حالت پوسته اثر چندانی بر جرم بیشینه ندارد. برای آنکه مقایسه‌ای برای مدل‌های مختلف داشته باشیم در جدول ۴ مقادیر شعاع جرم ستاره‌ای به جرم $1.4 M_{\odot}$ را برای سه مدل مختلف به‌ازای میدان‌های مغناطیسی متفاوت گزارش شده است.

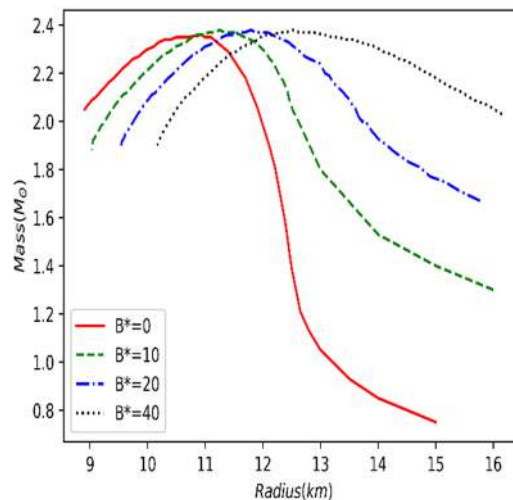
جدول ۴. شعاع ستاره نوترونی با جرم $1.4 M_{\odot}$ برای ستاره‌های با مدل پوسته متفاوت در میدان‌های مغناطیسی مختلف.

B*	FG	BPS	BBP
0	12.16	12.37	12.65
5	12.28	12.69	13.87
10	12.32	13.10	15.31

در شکل ۸ نیز نمودار میدان مغناطیسی برحسب شعاع برای چنین ستاره‌ای رسم شده است.



شکل ۸. تغییر شعاع ستاره با جرم $1.4 M_{\odot}$ برحسب میدان مغناطیسی برای مدل‌های مختلف پوسته ستاره.



شکل ۷. نمودارهای جرم برحسب شعاع ستاره نوترونی با مدل (BBP) برای پوسته ستاره.

بحث و نتیجه‌گیری

در این پژوهش اثر میدان مغناطیسی بزرگ را بر معادله حالت ستاره نوترونی بررسی کردیم. این کار با تمرکز بر تغییر انرژی ناشی از میدان مغناطیسی بر ترازهای لاندائو صورت گرفت. دیدیم که این اثر بر الکترون‌ها تغییرات چشمگیری ایجاد می‌کند. از این رو به دلیل فراوانی اندک الکترون‌ها در هسته ستاره، تمرکز خود را بر معادله حالت پوسته قرار دادیم. از سه مدل متفاوت گاز فرمی (FG) و (BPS) و (BBP) برای توصیف پوسته ستاره بهره جستیم. در تمامی این مدل‌ها اثر مشابهی را در حضور میدان مغناطیسی دیدیم. با حضور میدان مغناطیسی دیده شد در هر چگالی معین فشار افزایش می‌یابد. بنابراین اگر جرم جدیدی به ستاره اضافه نشود تا این افزایش فشار به طرف بیرون را جبران کند در نتیجه این افزایش فشار به طرف بیرون موجب می‌شود که شعاع ستاره افزایش یابد. سپس برای محاسبه کمی افزایش فشار، ناگزیر به حل معادلات تعادل هیدرواستاتیکی ستاره شدیم. با انجام این مهم پیش‌بینی فیزیکی حاصل از اثر میدان مغناطیسی برای

باشیم. سرانجام اگر مدل BBP معادله حالت درستی برای پوسته ستاره باشد می‌بینیم که میدان مغناطیسی نمی‌تواند مقدار $B^* = 10$ و بزرگ‌تر از آن را بگیرد. پس این مدل برای بررسی میدان‌های مغناطیسی آزادی عمل بیشتری به ما نمی‌دهد و حداکثر میدان مغناطیسی از مرتبه $1 \sim B^*$ را می‌توانیم در قسمت پوسته ستاره نوترونی، در این مدل داشته باشیم. اما در این مدل در قسمت پوسته؛ الکترون‌ها با توجه به محدودیت میدان مغناطیسی، همیشه ترازهای لانداو بیشتری را اشغال می‌کنند. در یک جمع‌بندی کلی می‌توان برای قسمت‌های مختلف ستاره نوترونی با در نظر گرفتن داده‌های رصدی اندازه میدان‌های مغناطیسی از $B \cong 10^{12} G$ تا $B \cong 10^{14} G$ را برای میدان درون ستاره پیش‌بینی کرد. اگر داده‌های رصدی و مشاهده‌پذیرهای بیشتری در آینده در اختیار داشته باشیم با محاسبات انجام شده شاید بتوان محدودیت‌های بیشتری روی اندازه میدان مغناطیسی درون ستاره یا محدودیت‌هایی روی معادله حالت پوسته ستاره قرار داد.

مرجع‌ها

- [1] P. Haensel, A. Potekhin, D.G. Yakovlev. *Neutron stars 1: Equation of state and structure*, Vol. 326. Springer Science & Business Media, 2007. https://doi.org/10.1007/978-0-387-47301-7_3
- [2] S. Tang, et al. GW170817, PSR J0030+0451, and PSR J0740+ 6620: constraints on phase transition and nuclear symmetry energy parameters. *arXiv preprint arXiv:2106.04204* (2021). <https://arxiv.org/pdf/2106.04204.pdf>
- [3] M. Modarres, H.R. Moshfegh, Lowest-order constrained variational calculation for β -stable matter at finite temperature. *Physical Review C* **62** 4 (2000)

دو خط عمودی سیاه رنگ بازه مورد تأیید شعاع برای ستاره‌ای به جرم $1.4M_{\odot}$ برای هر سه مدل است. از سویی مشاهدات اخیر، شعاع و جرم تپنده‌های مختلف، به وسیله تحلیل داده‌های مشترک گروه NICER گزارش شده است [۲] و [۹]. مبنای کار آنها در نظر گرفتن برآزش‌های متفاوت برای داده‌ها، که یکی مدل (PP) و دیگری بر مبنای سرعت صوت در یک ستاره نوترونی (CS) است، استوار است. بر اساس داده‌های جدید گروه NICER برای تپنده PSR J0030+0451، با در نظر گرفتن پارامترهای مختلف برای جرم $1.4M_{\odot}$ ، طبق مدل PP شعاعی در بازه $12.33^{+0.76}_{-0.81}$ و برای مدل CS شعاع $12.18^{+0.56}_{-0.79}$ را با دقت قابل اعتماد، در حد ۹۵٪ ثبت کرده‌اند [۱۰]. این اعداد تطابق خوبی با مدل‌های مورد مطالعه ما در این مقاله دارند. با این حال اگر برای پوسته مدل برهم‌کنشی را به جای مدل غیر برهم‌کنشی گاز فرمی به کار ببریم (که تعبیر درست‌تری به نظر می‌رسد) برای این تپنده میدان مغناطیسی تا حد ۴ برابر میدان بحرانی را می‌توان تصور کرد. اگر از نتایج مربوط به مدل گاز فرمی برای پوسته شروع کنیم، این مدل پیشنهاد می‌دهد که با توجه به جدول ۱، طوری که نتایج آن با داده‌های رصدی منطبق باشد، می‌توانیم یک میدان مغناطیسی بزرگ $B^* = 20$ در قسمت پوسته ستاره نوترونی داشته باشیم. این شدت میدان بسیار نزدیک به میدان مغناطیسی بیشه‌ای است که قیود نظری روی اندازه میدان مغناطیسی قابل انتظار در یک ستاره نوترونی قرار می‌دهند و از این رو دور از انتظار است. یعنی معادله حالت غیر برهم‌کنشی گاز فرمی مدل مناسبی برای معادله حالت پوسته نخواهد بود. با در نظر گرفتن مدل BPS و در نظر داشتن داده‌های رصدی می‌توان برای پوسته میدان مغناطیسی در حدود $B^* \cong 10$ داشته

¹ Piecewise-Polytropic

[and+Neutron+Stars%3A+The+Physics+of+Compact+Objects-p-9783527617678](#)

[7] Z. Gao, et al. Pressure of Degenerate and Relativistic electrons in a superhigh magnetic field, *Modern Physics Letters A* **28** 36 (2013) 1350138. <https://doi.org/10.1142/S0217732313501381>

[8] C. Vittorio, Equation of state at ultrahigh densities. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics* **13** 1(1975) 335-380. <https://doi.org/10.1146/annurev.aa.13.090175.002003>

[9] G. Raaijmakers, et al. Constraints on the dense matter equation of state and neutron star properties from NICER's mass-radius estimate of PSR J0740+ 6620 and multimessenger observations. *arXiv preprint arXiv:2105.06981* (2021). <https://doi.org/10.3847/2041-8213/ac089a>

[10] I. Sagert, et al. Compact stars for undergraduates. *European journal of physics* **27** 3(2006) 577. <https://doi.org/10.1088/0143-0807/27/3/012>

044308.

<https://doi.org/10.1103/PhysRevC.62.044308>

C. Howes, R.F. Bishop, J.M. Irvine, A constrained variational calculation for beta-stable matter, *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics* **4** (1978) L123.

[4] S. Goudarzi, H.R. Moshfegh, P. Haensel, The role of three-body forces in nuclear symmetry energy and symmetry free energy, *Nuclear Physics A* **969** (2018) 206-225. <https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2017.10.007>

[5] Z.F. Gao, et al. The effects of intense magnetic fields on Landau levels in a neutron star. *Astrophysics and Space Science* **334** 2 (2011) 281-292. <https://doi.org/10.1007/s10509-011-0733-7>

[6] S.L. Shapiro, S.A. Teukolsky, *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects*. John Wiley & Sons, 2008. <https://www.wiley.com/en-us/Black+Holes%2C+White+Dwarfs%2C+>