Thermodynamic quantities and evaporation residue Cross-section of super heavy isotopes ^{272}Ds and ^{273}Rg using DNS model

Mohammad Reza Pahlavani*, Mana MasoumiDinan

Department of Physics, Faculty of basic Science, University of Mazandaran, P. O. Box 47415-416, Babolsar, Iran

Received: 01.11.2020 Final revised: 24.09.2021 Accepted: 17.10.2021

10.22055/JRMBS.2021.17266

Abstract

In this study by using the di-nuclear systems model (DNS), the evaporation residue cross-section of two cold fusion reactions ^{64}Ni+^{208}Pb and ^{64}Ni+^{209}Bi is calculated. The nuclear proximity potential is used for interaction between nuclei. In these calculations, thermodynamic quantities of compound nuclei such as temperature and heat capacity are obtained using Ginzburg-Landau (EGL) theory and temperature dependent back shifted Fermi gas model (TDP-BSFGM). The obtained results of cross-section are compared with experimental data and results of another theoretical model. Also, the heat capacity curve versus temperature has a S-shape that is indicate the breaking of the nucleonic pairs. This behavior the validity of the approach used in this research.

Keywords: Heat capacity, Super heavy nuclei, Temperature, Cross section

*Corresponding Author:m.pahlavani @umz.ac.ir

Creative Commons Attribution 4.0 International License This work is licensed under a

مجلهٔ پژوهش سیستم‌های بس‌ذره‌ای، دورهٔ11، شمارهٔ4، زمستان1400

کمیت‌های ترمودینامیکی و سطح مقطع باقیماندهٔ تبخیر ایزوتوپ‌های فوق سنگین ^{272}Ds و ^{273}Rg با استفاده از مدل سیستم‌های دوهسته‌ای

محمدرضا پهلوانی*، مانامعصومی دینان

گروه فیزیک هسته‌ای، دانشکدهٔ علوم پایه، دانشگاه مازندران، بابلسر، ایران

دریافت: 1399/08/11 ویرایش نهائی: 1400/07/02 پذیرش: 1400/07/25

10.22055/JRMBS.2021.17266

چکیده

در این پژوهش با استفاده از مدل سیستم دو-هسته‌ای (DNS) سطح مقطع باقیمانده تبخیر دو واکنش همجوشی سرد $^{64}Ni+^{208}Pb$ و $^{64}Ni+^{209}Bi$ محاسبه شده است. از پتانسیل مجاورتی به‌عنوان پتانسیل هسته‌ای در محاسبهٔ سطح مقطع باقیماندهٔ تبخیر مربوط به این واکنش‌ها استفاده شده است. همچنین کمیت‌های ترمودینامیکی هسته‌های مرکب تشکیل شده در این واکنش‌ها از قبیل دما و ظرفیت گرمایی با استفاده از تئوری گینزبرگ-لاندائو و مدل جابه‌جایی گاز فرمی وابسته به دما محاسبه شده‌اند. نتایج به‌دست آمده با نتایج تجربی و نتایج نظری به‌دست آمده توسط روش دیگر مقایسه شده است. نمودار ظرفیت گرمایی برحسب دما دارای شکل S مانندی است که نشان دهندهٔ شکسته شدن جفت‌های نوکلئونی است و تأیید کنندهٔ نتایج حاصل و اعتبار روش نظری به‌کاربرده شده در این پژوهش می‌باشد.

کلیدواژگان: ظرفیت گرمایی، هسته‌های فوق سنگین، دما، سطح مقطع

مقدمه

تاکنون بررسی‌های نظری و تجربی زیادی در مورد تشکیل هسته‌های فوق سنگین انجام گرفته است. به‌علت مکانیسم واکنش‌های همجوشی–شکافت، پیش‌بینی صحیح سطح مقطع‌های باقیماندهٔ تبخیر، همجوشی و شکافت برای تولید هسته‌های فوق سنگین ضروری است. بنابراین تولید هسته‌های فوق سنگین موضوع بسیار مهمی در واکنش‌های هسته‌ای است [4-1]. تولید هسته‌های فوق سنگین که منجر به گسترش جدول تناوبی می‌شود، معمولاً با استفاده از دو روش مختلف زیر صورت می‌گیرد:

1- واکنش‌های همجوشی داغ
2- واکنش‌های همجوشی سرد

در حال حاضر هر دو واکنش همجوشی داغ و سرد برای تولید هسته‌های فوق سنگین مورد استفاده قرار می‌گیرند. در واکنش‌های همجوشی سرد، سرب یا بیسموت به‌عنوان هستهٔ هدف مورد استفاده قرار می‌گیرند به‌طوری که عناصر فوق سنگین با $Z=107-112$ استفاده ازاین روش تولید شده‌اند [1،5].

در واکنش‌های همجوشی داغ، معمولاً از آکتنیدها به‌عنوان هستهٔ هدف استفاده می‌شود و ایزوتوپ‌های جادویی دوگانه کلسیم به‌عنوان هستهٔ پرتابه مورد استفاده قرارمی‌گیرند. چند هستهٔ فوق سنگین یعنی عناصر با 118 و Z=112-116 با این روش تولید گردیده‌اند [8-6]. چندین مدل برای مطالعهٔ نظری تولید هسته‌های فوق سنگین معرفی شده است [9،10]. یکی

*نویسندهٔ مسئول: m.pahlavani @umz.ac.ir

باز نشر این مقاله با ذکر منبع آزاد است.
این مقاله تحت مجوز کریتیو کامنز تخصیص 4,0 بین‌المللی می‌باشد

از مدل‌های مطرح شدهٔ مدل سیستم دوهسته‌ای می‌باشد [11]. در مدل سیستم دوهسته‌ای [16-12] تشکیل هسته‌های فوق سنگین به‌صورت باقیمانده تبخیر در واکنش یون سنگین همجوشی-شکافت در نظر گرفته می‌شود. به‌طوری‌که دو هستهٔ در حال تماس یکدیگر را به‌صورت منفرد حفظ می‌کنند. بعد از یک سری از انتقالات نوکلئونی یا خوشه‌ای از هستهٔ سبک به هستهٔ سنگین، هستهٔ مرکب شکل می‌گیرد. این سیستم در امتداد دو مختصات تحول می‌یابد: 1: مختصات R (فاصلهٔ بین مراکز هسته‌های پرتابه و هدف) که منجر به فرایند شبه‌شکافت می‌شود، 2: مختصات $\eta=(A_1-A_2)/(A_1+A_2)$، که A_1 و A_2 در آن اعداد جرمی هسته‌های DNS می‌باشند. این تحول منجر به‌تشکیل هستهٔ مرکب خواهد شد [17،18]. هستهٔ مرکب در یک حالت برانگیخته تشکیل می‌گردد و ممکن است منجر به‌تشکیل باقیماندهٔ تبخیر و همچنین شکافت از طریق گسیل یک یا چند ذره و تابش گاما شود.

چگالی تراز هسته یک کمیت اساسی در آنالیز آماری ساختار هسته‌ای و واکنش‌های همجوشی–شکافت یون سنگین است. برای محاسبهٔ مستقیم چگالی تراز از مدل گاز فرمی [19]، مدل جابه‌جایی گاز فرمی [23-20] و مدل دما-ثابت [24] می‌توان استفاده کرد در حالی‌که این کمیت در روش مونت کارلوی لایه‌ای [25،26]، BCS [27] و روش SPA+RPA [28،29] غیر مستقیم و از طریق ترمودینامیک هسته‌ها محاسبه می‌شود.

مدل‌هایی که با انرژی زوجیت سرو کار دارند وابستگی دمایی برای آن را مطرح کرده‌اند. برای مثال مدل قطره مایعی وابسته به دما [30] وابستگی دمایی را پیش‌بینی می‌کند و با استفاده از مدل BCS کاهش در انرژی زوجیت برحسب دما را می‌توان محاسبه کرد [31،32]. این نکته در مدل گاز فرمی جابه‌جایی در نظر گرفته نشده است. نسخهٔ دقیق نظریهٔ گینزبرگ-لاندائو [35-33] برای محاسبهٔ گذارهای فازی، توصیف خواص گرمایی و افت و خیزهای آماری نظریهٔ مناسبی به‌نظر می‌رسد. بنابراین با استفاده از فرمول وابسته به دما برای پارامتر جابه‌جایی انرژی، مدل جابه‌جایی گاز فرمی بدون هیچ پارامتر تطبیق پذیری به‌دست می‌آید. به‌دلیل فقدان دادهٔ تجربی برای چگالی تراز هسته و انرژی جدایی نوترون هسته‌های فوق سنگین، مدل با انرژی زوجیت وابسته به دما می‌تواند بسیار سودمند باشد.

چگالی تراز هسته علاوه بر محاسبهٔ سطح مقطع واکنش در محاسبهٔ کمیت‌های ترمودینامیکی هسته‌ها نیز می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. به‌عبارت دیگر کمیت‌های ترمودینامیکی هسته مانند آنتروپی، دمای هسته و ظرفیت گرمایی را با استفاده از چگالی تراز هسته می‌توان محاسبه کرد. همچنین شکسته شدن اولین جفت نوکلئونی را از طریق محاسبهٔ چگالی تراز هسته با استفاده از مدل گاز فرمی جابه‌جایی می‌توان مشاهده کرد.

در بخش 2 این مقاله فرمول‌ها و روابط مورد استفاده در این محاسبات توصیف شده است. نتایج حاصل از محاسبات سطح مقطع باقی مانده تبخیر و کمیت‌های ترمودینامیکی به‌صورت نمودار در بخش 3 ارائه شده است. سطح مقطع‌های محاسبه شده با نتایج تجربی و نتایج حاصل از روش‌های نظری دیگر مقایسه شده است. در نهایت یک نتیجه‌گیری خلاصه شده در بخش 4 ارائه شده است.

محاسبات نظری

همجوشی در مدل[1] DNS به‌صورت یک فرایند دو مرحله‌ای در نظر گرفته می‌شود که عبارت است از تشکیل DNS و پخشیدگی[2] در مختصات بار و عدم تقارن جرمی[3] (Z,η). همچنین این سیستم ممکن است به دوپاره در مختصات R تبدیل شود. برانگیختگی‌های دوبارهٔ هسته مرکب می‌تواند منجر به تشکیل باقی مانده تبخیر، یک هستهٔ پایدار و همچنین شکافت شود. طبق مدل DNS سطح مقطع باقی مانده تبخیر[4] را به‌صورت زیر می‌توان نوشت [36]:

$$\sigma_{ER}(E_{cm}) = \sum \sigma_C(E_{cm},J) P_{CN}(E_{cm},J) W_{sur}(E_{cm},J) \quad 1$$

در این رابطه σ_C سطح مقطع گیراندازی جزئی[5] مربوط به‌عبور هستهٔ پرتابه از سد کولمبی و تشکیل DNS می‌باشد P_{CN} احتمال تشکیل هستهٔ مرکب بعد از گیراندازی و W_{sur} احتمال باقی ماندن هستهٔ مرکب در مقابل شکافت است. معادلهٔ1 را به‌صورت تقریبی می‌توان به‌صورت زیر بیان کرد [37]:

$$\sigma_{ER}(E_{cm}) = \sigma_C(E_{cm}) P_{CN}(E_{cm}) W_{sur}(E_{cm}) \quad 2$$

سطح مقطع گیراندازی را به‌صورت:

$$\sigma_C(E_{cm}) = \frac{\pi\hbar^2}{2\mu E_{cm}} (J_{max}+1)^2 T(E_{cm}) \quad 3$$

می‌توان در نظر گرفت [37،38]. در این رابطه μ و J_{max} جرم کاهش یافته و اندازه‌حرکت زاویه‌ای ماکزیمم مؤثر را نشان می‌دهند و در این مقاله ما از $J_{max}=10\hbar$ و $T(E_{cm})=0.5$ استفاده کرده‌ایم.

احتمال بقا را به‌صورت زیر می‌توان بیان کرد

$$W_{sur}(E_{cm}) = P_{1n}(E_{cm}) \frac{\Gamma_n(E_{cm})}{\Gamma_n(E_{cm})+\Gamma_f(E_{cm})} \quad 4$$

که Γ_n و Γ_f به‌ترتیب پهناهای جزئی گسیل نوترون و شکافت را نشان می‌دهند و P_{1n} به‌صورت زیر تعریف می‌شود

$$P_{1n}(E_{cm}) = e^{-(E_{cm}-B_n-2T)^2/2\sigma^2} \quad 5$$

در معادلهٔ بالا B_n و T انرژی جداسازی نوترون و دمای هسته مرکب را نشان می‌دهند. در محاسباتمان از $\sigma = 2.5$ استفاده کرده‌ایم. Γ_n/Γ_f نسبت پهنای جزئی گسیل نوترون به‌پهنای جزئی شکافت است و به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\Gamma_n/\Gamma_f = \frac{4A^{2/3}a_f(E_{cm}-B_n)}{ka_n\left(2[E_{cm}-B_f]^{1/2}-1\right)} \times \quad 6$$

$$\exp\left[2\left(a_n^{1/2}(E_{cm}-B_n)^{1/2} - a_f^{1/2}(E_{cm}-B_f)^{1/2}\right)\right]$$

که a_n/a_f نسبت پارامتر چگالی تراز در نقطهٔ زینی به پارامتر چگالی تراز در حالت پایه است و با استفاده از فرمول زیر محاسبه شده است

$$a_n/a_f = 1+\alpha\left(Z^2/A-\beta\right) \quad 7$$

که $\alpha = 0.030$ و $\beta = 34.0$.

مطابق با این معادلات دما از طریق معادلهٔ5 بر احتمال بقا تأثیر می‌گذارد. برای احتمال تشکیل هستهٔ مرکب از فرمول زیر استفاده کرده‌ایم:

[1]Dinuclear Systems
[2]Diffusion
[3]Mass asymmetry
[4]Evaporationresidue cross section
[5]Partial capture cross section

$$P_{CN} = \frac{\lambda_\eta}{\lambda_\eta + \lambda_R} - \frac{\lambda_\eta \lambda_R}{\lambda_\eta + \lambda_R} \frac{\tau_\eta - \lambda_R}{\beta} \qquad 8$$

که $\beta = e - 1 \approx 1.72$ و λ_i با استفاده از فرمول زیر محاسبه شده است [37،۳9]:

$$\lambda_i = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_i^2}{\omega_i^{B_R} \omega_i^{B_\eta}} \qquad 9$$

$$\left(\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{\hbar}\right)^4 + 4\left(\omega_i^{B_R} \omega_i^{B_\eta}\right)^2} - \left(\frac{\Gamma}{\hbar}\right)^2 \right)^{1/2} e^{-B_i/T}$$

که B_i ارتفاع سدهای همجوشی $\left(B_\eta = B_{fus}^*\right)$ یا شبه‌شکافت $\left(B_R = B_{qf}\right)$ می‌باشد. در این معادله $\omega_i^{B_j}\left(i, j = R, \eta\right)$، ω_i و Γ به‌ترتیب فرکانس‌های نوسانگر هماهنگ معکوس تقریب زننده پتانسیل در متغیرهای R و η نزدیک به بالای سد، فرکانس‌های نوسانگر هماهنگ تقریب زنندهٔ پتانسیل در پیکربندی اولیهٔ DNS و پهنای دوبرابر متوسط حالت‌های تک ذره‌ای[1] می‌باشد. کمیت‌های $\omega_i^{B_j}$ با استفاده از رابطهٔ زیر تعریف می‌شود:

$$\omega_i^{B_j} = \sqrt{\left.\frac{\partial^2 U(R,\eta,J)}{\partial i^2}\right|_{B_j} \Big/ \mu_{ii}} \qquad 10$$

که انرژی پتانسیل DNS با استفاده از فرمول زیر محاسبه شده است

$$U(R,\eta,J) = B_1 + B_2 + V(R,J) - \left[B_{12} + V'_{rot}(J)\right] \qquad 11$$

در معادلهٔ11، B_1، B_2 و B_{12} انرژی‌های بستگی پاره‌ها و هستهٔ مرکب را نشان می‌دهند و μ_{ii} پارامترهای جرمی می‌باشند که از روابط زیر به‌دست می‌آیند

$$\mu_{RR} = \frac{Am}{4\left(1-\eta^2\right)}\left(1 - \frac{\upsilon}{1-\eta^2}\right)^{-1} \qquad 12$$

$$\mu_{\eta\eta} = \frac{2\sqrt{2\pi} b^2 Am}{\upsilon} \qquad 13$$

$V(R,J)$ پتانسیل هسته‌ای می‌باشد که با استفاده از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود:

$$V(R,J) = V_N + V_C + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2} \qquad 14$$

در اینجا پتانسیل کولمبی V_C و پتانسیل هسته‌ای V_N به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [40،٤1]

$$V_C = \begin{cases} Z_1 Z_2 e^2 / R & \text{if } R > R_C \\ \dfrac{Z_1 Z_2 e^2}{2R_C}\left(3 - R^2/R_C^2\right) & \text{if } R \le R_C \end{cases} \qquad 15$$

$$V_N(r) = 4\pi \overline{R} \gamma b \phi\left(\frac{s}{b}\right) \text{MeV} \qquad 16$$

که $r = s + C_1 + C_2$ و شعاع سوزمان[2] پاره‌ها و $\overline{R}$ به‌صورت زیر تعریف شده‌اند:

$$C_i = R_i - \left[\frac{b^2}{R_i}\right] \qquad 17$$

$$\overline{R} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \qquad 18$$

که $b = \frac{\pi}{\sqrt{3}} a$ و $a = 0.55\text{fm}$ در نظر گرفته شده‌اند. همچنین برای محاسبهٔ R_i و R_C از فرمول‌های زیر استفاده شده است

$$R_i = 1.28 A_i^{1/3} - 0.76 + 0.8 A_i^{-1/3} \qquad 19$$

[1]Average doubled width of single particle states

[2]susmann

$$R_C = 1.3\left(A_1^{1/3} + A_2^{1/3}\right)\text{fm} \qquad 20$$

و γ با استفاده از رابطهٔ زیر محاسبه شده است [42]:

$$\gamma = 0.9517\left[1 - 1.7826\frac{(N-Z)^2}{A^2}\right]\text{MeVfm}^{-2} \qquad 21$$

در معادلهٔ16، ϕ تابع پتانسیل مجاورت می‌باشد که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi(\xi) = \qquad 22$$

$$\begin{cases} -1.7817 + 0.9270\xi + 0.143\xi^2 - 0.09\xi^3, \xi \le 0 \\ -1.7817 + 0.9270\xi + 0.01696\xi^2 - 0.05148\xi^3, 0 \le \xi \le 1.9475 \\ -4.41\exp\left(-\frac{\xi}{0.7176}\right), \xi \ge 1.9475 \end{cases}$$

یک سیستم بسیار برانگیخته اغلب به‌عنوان یک سیستم داغ شناخته می‌شود در حالی‌که انرژی برانگیختگی و دما دو مفهوم جداگانه هستند مفهوم دما در مکانیک آماری کلاسیک با دقت بالایی تعریف شده است و این تعریف در سیستم‌های هسته‌ای به‌کاربرده شده است. با این رویکرد، به‌راحتی بین انرژی برانگیختگی و دما می‌توان تمایز قائل شد. با توجه به مکانیک آماری عمومی برخی از مقادیر اساسی مورد استفاده برای تعریف دما برای سیستم‌های ایزوله را مرور می‌کنیم. یکی از این کمیت‌ها تعداد حالات نزدیک به یک انرژی کل معین است. اگر $\Gamma(E,N)$ تعداد حالات یک سیستم معین با حجم ثابت و تعداد ذره N را که در مجاورت (ΔE) انرژی E قرار دارد، را مشخص کند آن را به‌صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$\Gamma(E,N) = \rho(E,N) \times \Delta E \qquad 23$$

در نتیجه آنتروپی سیستم را به‌صورت زیر می‌توان نوشت:

$$S(E,N) = \ln\Gamma(E,N) \qquad 24$$

$$= \ln\rho(E,N) + \ln\Delta E$$

با استفاده از این کمیت‌ها و با توجه به مکانیک آماری دما به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S(E,N)}{\partial E} = \frac{\partial \ln\rho(E,N)}{\partial E} \qquad 25$$

در نتیجه برای محاسبهٔ دمای هسته از فرمول زیر استفاده می‌شود:

$$T = \left(\frac{\partial S}{\partial E}\right)^{-1} \qquad 26$$

که S آنتروپی است و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(E) = k_B \ln\frac{\rho(E)}{\rho_0} \qquad 27$$

در این فرمول ρ_0 ثابت نرمالیزاسیون است و با استفاده از قانون سوم ترمودینامیک محاسبه می‌شود. با استفاده از فرمول مدل گاز فرمی جابه‌جایی و انرژی زوجیت وابسته به دما:

$$\frac{1}{T} = \left(\sqrt{\frac{a}{U}} - \frac{3}{2U}\right)\left(1 - \frac{d\Delta(T)}{dT}\frac{dT}{dE}\right) \qquad 28$$

که a پارامتر چگالی تراز هسته است و با استفاده از چگالی تراز تک ذره‌ای پروتونی $g_p\left(\epsilon_p^F\right)$ و نوترونی $g_n\left(\epsilon_n^F\right)$ و پتانسیل وودز-ساکسون محاسبه شده است و $\Delta(T)$ به‌صورت زیر تعریف شده است [43،٤4]:

$$\Delta(T)= \frac{T_c\pi^2\int_0^\infty \lambda^{\frac{1}{2}} e^{-\left(\pi\sqrt{\frac{\bar{b}}{t\bar{\delta}}}\lambda+\frac{\pi(t-1)}{2\sqrt{t\bar{b}\bar{\delta}}}\right)^2} d\lambda}{\sqrt{\frac{\bar{\delta}\pi}{2\bar{b}}}t^{\frac{1}{2}}\left(1\pm \mathrm{erf}\left(\left|\frac{\overline{\Delta t}}{t^{\frac{1}{2}}}\right|\right)\right)} \qquad 29$$

که برای $T<T_c$ از علامت مثبت و برای $T>T_c$ از علامت منفی در مخرج استفاده می‌کنیم. در این معادله $t=\frac{T}{T_c}$، $\overline{\Delta t}=\frac{1}{2}\pi(t-1)\Big/\left(\bar{b}\bar{\delta}\right)^{\frac{1}{2}}$، $\bar{b}=0.526$ و $\bar{\delta}=\delta/k_B T_c$ به‌مقدار انرژی زوجیت مدل قطره مایعی در دمای صفر نرمالیزه شده است فواصل ترازهای انرژی تک‌ذره‌ای δ به‌صورت زیر تعریف شده است:

$$\delta=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{g_p\left(\epsilon_p^F\right)}+\frac{1}{g_n\left(\epsilon_n^F\right)}\right) \qquad 30$$

برای حل معادلهٔ 28 مجموعه‌ای از چندجمله‌ای‌های تا توان3 به‌صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$E(T)=a_0+a_1T+a_2T^2+a_3T^3 \qquad 31$$

ضرایب $a_0\ldots a_3$ با جای‌گذاری $E(T)$ از معادلهٔ بالا در معادلهٔ28 در هر بازهٔ کوچک دمایی به‌دست می‌آید. سپس دما با استفاده از انرژی به‌دست آمده است. و در نهایت ظرفیت گرمایی با فرمول زیر محاسبه شده است:

$$C_v(E)=\frac{\partial E}{\partial T} \qquad 32$$

نتایج حاصل از محاسبات و تجزیه و تحلیل آنها

به‌منظور محاسبهٔ سطح مقطع باقی ماندهٔ تبخیر ابتدا باید دمای هستهٔ مرکب را محاسبه کنیم. دمای هسته را با استفاده از معادلهٔ26 و مدل TDP-BSFG محاسبه کرده‌ایم. نتایج حاصل برای دو واکنش در شکل‌های1 و 2 نشان داده شده است. هر دو نمودار نشان می‌دهند که دما با افزایش انرژی برانگیختگی افزایش می‌یابد این رفتار دما در توافق با دمای محاسبه شده برای هسته‌های دیگر است. به‌منظور محاسبهٔارتفاع سدهای همجوشی $\left(B_R=B_{qf}\right)$ یا شبه‌شکافت $\left(B_\eta=B_{fus}^*\right)$ پتانسیل هسته-هسته و انرژی پتانسیل DNS برای هر واکنش را رسم کرده‌ایم. معادلهٔ2 که برای محاسبهٔ سطح مقطع باقیماندهٔ تبخیر مورد استفاده قرار گرفته است حاوی سه مؤلفه است. اولین مؤلفه یعنی سطح مقطع گیراندازی با استفاده از معادلهٔ3 محاسبه می‌شود. در مرحلهٔ بعد احتمال بقا با استفاده از معادلهٔ4 به‌دست می‌آید و در گام آخر احتمال تشکیل هستهٔ مرکب با استفاده از معادلهٔ8 محاسبه می‌شود. در مرحلهٔ آخر، برای استفاده از این معادله باید ارتفاع سدهای همجوشی و شبه شکافت را محاسبه کنیم که این کمیات با رسم پتانسیل هسته-هسته و انرژی پتانسیل هسته‌ای را محاسبه نموده‌ایم. نمودارهای مربوط به یکی از واکنش‌ها در شکل‌های3 و4 نشان داده شده است به‌طوری که هر η یک واکنش را نشان می‌دهد. برای هر واکنش $R=R_m$ با رسم پتانسیل هسته-هسته و با استفاده از معادلهٔ14 به‌دست آمده است. پس از به‌دست آوردن $R=R_m$ برای هر واکنش که متناظر با یک η است آن را در معادلهٔ11 قرار داده و $U(R=R_m,\eta)$ به‌دست می‌آید.این کمیت در واقع تابعی از η است یعنی می‌توان آن‌را به‌صورت $U(\eta)$ نشان داد که در شکل4 رسم شده است. پس از به‌دست آوردن

ارتفاع‌های سد همجوشی و شبه‌شکافت، احتمال تشکیل هستهٔ مرکب را با استفاده از معادلهٔ8 محاسبه کرده‌ایم. و در نهایت با استفاده از این سه مؤلفه یعنی سطح مقطع گیراندازی، احتمال بقا و احتمال تشکیل هستهٔ مرکب به محاسبهٔ سطح مقطع باقیمانده تبخیر پرداخته‌ایم.

مقادیر W_{sur}^1، W_{sur}^2 در ستون‌های سوم و چهارم جدول1 نشان داده شده‌اند. در این جدول، W_{sur}^1، احتمال بقای محاسبه شدهٔ در این روش و W_{sur}^2 نتایج حاصل از روش مورد استفاده در [18] را نشان می‌دهد. این نتایج نشان‌دهندهٔ این امر است که احتمال بقای محاسبه شدهٔ روش ما مقادیر کوچکتری نسبت به نتایج [18] ارائه می‌دهد. این امر به‌علت تأثیر مقدار a_n/a_f بر احتمال بقا است زیرا با تغییر a_n/a_f مقدار Γ_n/Γ_f و در نتیجه W_{sur}، به‌طور قابل توجهی تغییر می‌کند. احتمال تشکیل هستهٔ مرکب P_{CN}، برای این هسته‌ها محاسبه شده است و برحسب انرژی برانگیختگی در شکل5 نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌کنید P_{CN} با افزایش انرژی برانگیختگی افزایش می‌یابد زیرا در معادلهٔ8 مقدار λ_R آهسته‌تر از مقدار λ_η افزایش می‌یابد. نتایج عددی در جدول2 نشان داده شده است و همین‌طور نتایج مربوط به‌روش مورد استفاده در [17] به‌منظور مقایسه اضافه شده است.

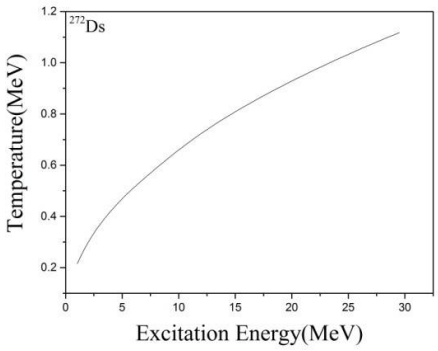
جدول1. احتمال بقای محاسبه شده در این مقاله W_{sur}^1 و احتمال بقای محاسبه شده با روش دیگر W_{sur}^2 [17].

واکنش‌ها	E* (MeV)	W_{sur}^1	W_{sur}^2
$^{64}Ni+^{208}Pb$	10.7	1.54×10^{-6}	5×10^{-4}
$^{64}Ni+^{209}Bi$	10.5	5.3×10^{-6}	6×10^{-4}

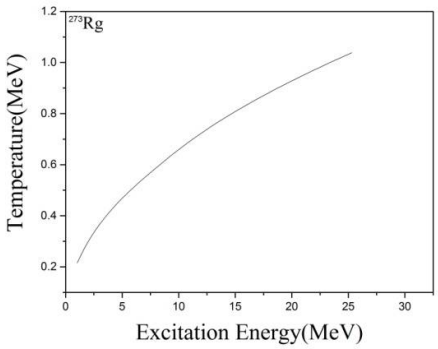
مطابق با این جدول احتمال همجوشی محاسبه شده با استفاده از روش ما مقادیر بسیار بزرگتری از نتایج مرجع 17 ارائه می‌دهد دلیل این اختلاف این است که ما در روشمان از پتانسیل مجاورت استفاده کرده‌ایم در حالی که در مرجع17 از پتانسیل دابل فولدینگ استفاده شده است. زیرا استفاده از پتانسیل مجاورت به‌جای دابل فولدینگ منجر به افزایش ارتفاع سد شبه شکافت و در نتیجه افزایش احتمال همجوشی می‌شود.

جدول2. احتمال همجوشی محاسبه شده در این مقاله P_{CN}^1 و احتمال همجوشی محاسبه شده با روش دیگر P_{CN}^2 [17].

واکنش‌ها	E* (MeV)	P_{CN}^1	P_{CN}^2
$^{64}Ni+^{208}Pb$	10.7	7.49×10^{-4}	1×10^{-5}
$^{64}Ni+^{209}Bi$	10.5	6.84×10^{-5}	2×10^{-6}



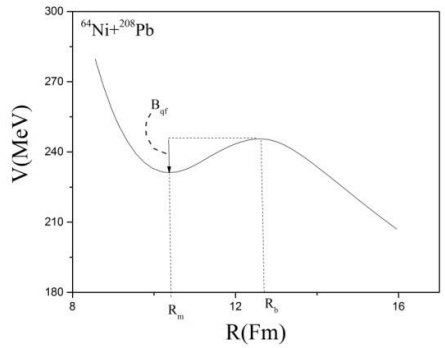
شکل1. دمای هسته‌ای به‌صورت تابعی از انرژی برانگیختگی برای هستهٔ ^{272}Ds.



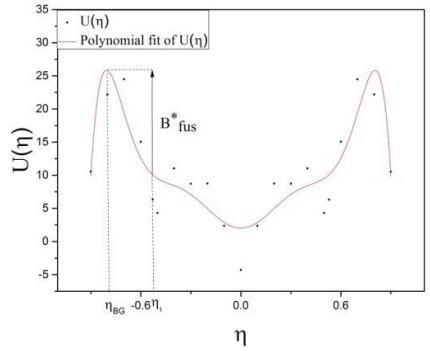
شکل2. دمای هسته‌ای به‌صورت تابعی از انرژی برانگیختگی برای هستهٔ ^{273}Rg.

جدول3. سطح مقطع باقیمانده تبخیر محاسبه شدهٔ ما σ_{ER}^{1} و سطح مقطع باقیمانده تبخیر محاسبه شده در مرجع 18 σ_{ER}^{2} .

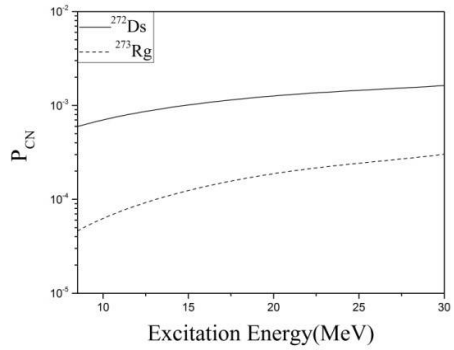
واکنش‌ها	E* (MeV)	σ_{ER}^{1}	σ_{ER}^{2}
$^{64}Ni+^{208}Pb$	10.7	3.8pb	17pb
$^{64}Ni+^{209}Bi$	10.5	1.2pb	4.1pb



شکل3. پتانسیل هسته–هسته به‌صورت تابعی از فاصله برای واکنش $^{64}Ni+^{208}Pb$.



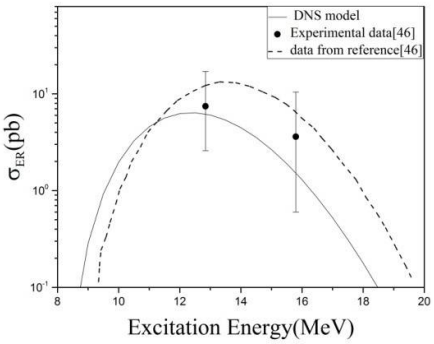
شکل4. انرژی پتانسیل سیستم دوپاره‌ای به‌صورت تابعی از η .



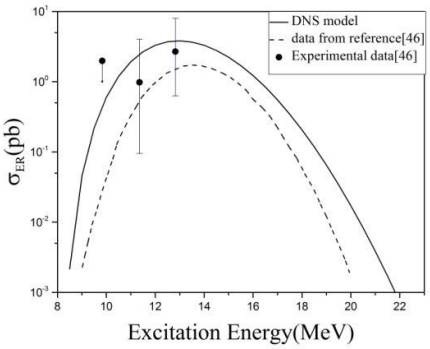
شکل5. احتمال تشکیل هسته‌های مرکب ^{272}Ds و ^{273}Rg.

در نهایت سطح مقطع باقی مانده تبخیر برای واکنش‌های $^{64}Ni+^{208}Pb$ و $^{64}Ni+^{209}Bi$ با استفاده از معادله‌های ذکرشده به‌دست آمده است و نتایج در شکل‌های6 و 7 نشان داده شده است. همچنین نتایج تجربی [45] و نتایج به‌دست آمده توسط روش دیگر [45] برای مقایسه اضافه شده است. می‌توان دید که نتایج به‌دست آمده با روش ما در توافق خوبی با داده‌های دیگر می‌باشد. در مرجع17 و 45 از روش مدل سیستم دوهسته‌ای استفاده شده است با این تفاوت که در محاسبات از $a_n/a_f=1$ و از پتانسیل هسته‌ای دابل فولدینگ استفاده شده است. تغییر پتانسیل هسته هسته موجب تغییر احتمال تشکیل هستهٔ مرکب خواهد شد که در نهایت به تغییر در سطح مقطع باقی مانده تبخیر منجر می‌شود. جدول3 نتایج عددی را نشان می‌دهد که انرژی برانگیختگی، سطح مقطع باقیماندهٔ تبخیر محاسبه شدهٔ ما و سطح مقطع باقیماندهٔ تبخیر محاسبه شدهٔ مرجع17 به‌ترتیب در ستون‌های دوم، سوم و چهارم جدول نشان داده شده‌اند همان‌طور که ملاحظه می‌کنید نتایج به‌دست آمده با استفاده از روش ما در توافق خوبی با داده‌های دیگر است. اگرچه با استفاده از پتانسیل مجاورتی به‌جای پتانسیل دابل فولدینگ مقادیر بزرگتری از احتمال همجوشی به‌دست می‌آید اما سطح مقطع محاسبه شده با استفاده از پتانسیل مجاورت (روش ما) کوچکتر از مقادیر محاسبه شده با استفاده از پتانسیل دابل فولدینگ (روش مرجع17) است. علت این امر این است که در روش ما افزایش احتمال همجوشی با کاهش در احتمال بقا جبران شده است. ظرفیت گرمایی برای هسته‌های مرکب ^{272}Ds و ^{273}Rg با استفاده از معادلهٔ32 محاسبه شده است و نتایج حاصل از آن در شکل‌های8 و 9 نشان داده شده‌اند همان‌طور که دیده می‌شود ظرفیت گرمایی برحسب دما شکل S مانندی حول دمای بحرانی نشان می‌دهد که

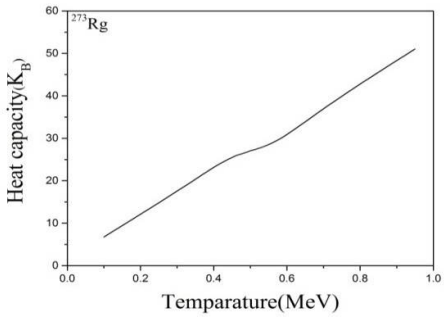
بیانگر گذار از فاز جفت شده به فاز نرمال این ایزوتوپ‌ها می‌باشد.



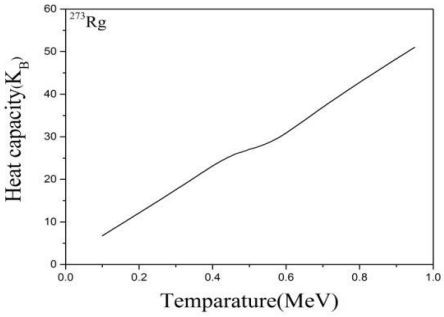
شکل6.سطح مقطع باقی مانده تبخیر بصورت تابعی از انرژی برانگیختگی برای واکنش $^{64}Ni+^{208}Pb$.



شکل7. سطح مقطع باقی مانده تبخیر به‌صورت تابعی از انرژی برانگیختگی برای واکنش $^{64}Ni+^{209}Bi$.



شکل8. ظرفیت گرمایی به‌صورت تابعی از دما برای هستهٔ ^{272}Ds.



شکل9. ظرفیت گرمایی به‌صورت تابعی از دما برای هستهٔ ^{273}Rg.

بحث و نتیجه‌گیری

در این تحقیق از مدل TDP-BSFG برای محاسبهٔ چگالی تراز و کمیت‌های ترمودینامیکی از جمله دما و ظرفیت گرمایی هسته‌های ^{272}Ds و ^{273}Rg استفاده شد. ابتدا پارامتر چگالی تراز با استفاده از روش نیمه کلاسیکی و پتانسیل وودز-ساکسون محاسبه شده است. نتایج ما با داده‌های تجربی و نتایج حاصل از روش دیگر در توافق خوبی می‌باشد و فرایند شکستن جفت‌های کوپر به‌صورت نمودار S-شکل ظرفیت گرمایی برحسب دما ظاهر شده است. سطح مقطع باقی مانده تبخیر برای واکنش‌های $^{64}Ni+^{208}Pb$ و $^{64}Ni+^{209}Bi$ با استفاده از مدل گاز فرمی جابه‌جایی وابسته به دما (TDP-BSFG) و روش DNS محاسبه شده است. در محاسبات انجام شده در این مقاله از پتانسیل مجاورت استفاده کردیم و نتایج حاصل را با نتایج حاصل از روش دیگر مقایسه نموده‌ایم به‌طوری‌که در آن روش از پتانسیل دابل فولدینگ استفاده شده است. به‌این نتیجه رسیدیم که احتمال همجوشی به‌دست آمده با استفاده از پتانسیل مجاورت نسبت به مقادیر به‌دست آمده با استفاده از پتانسیل دابل فولدینگ بزرگتر است. بنابراین در روش ما استفاده از معادلهٔ7 مناسب است زیرا منجر به مقادیر بزرگتر برای a_n/a_f و در نتیجه مقادیر کوچکتری برای W_{sur} می‌شود.

مرجع‌ها

[1] S. Hofmann, G. Munzenberg, The discovery of the heaviest elements, *Reviews of Modern Physics* ***72*** (2000) 733-767. https://doi.org/10.1103/RevModPhys.72.733

[2] A.K. Nasirov, G. Giardina, G. Mandaglio et.al, Quasifission and fusion-fission in reactions with massive nuclei: Comparison of reactions leading to the Z=120 element, *Physical Review C 79* (2009) 024606-1- 024606-10. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.79.024606

[3] Y. Arimoto, Fusion hindrance and roles of shell effects in superheavy mass region, *Nuclear Physics A* ***780*** (2006) 222-246. https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2006.09.018

[4] H. Eslamizadeh, M. Pirpour, Studying fusion process of ions with heavy nuclei in the framework of statistical model for synthesis of supperheavy nuclei, *Journal of research on many body systems 714* (2017). https://doi.org/10.22055/JRMBS.2017.13298

[5] S. Hofmann, New elements–approaching, *Reports on Progress in Physics*, ***61*** (1998) 639-689. https://doi.org/10.1088/00344885/61/6/002

[6] Yu.Ts. Oganessian et al., *Physical Review Letters* ***83***, 3154 (1999); *Nature* ***400***, 242 (1999); *Physics of Atomic Nuclei* ***63*** 1679 (2000); *Physical Review C* ***62*** 041604(R) (2000). https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.242

[7] Yu.Ts. Oganessian, V.K. Utyonkov, Yu.V. Lobanov, et Al., Observation of the decay of ^{292}116, *Physical Review C* ***63*** (2000) 011301(R). https://doi.org/10.1103/PhysRevC.63.011301

[8] S. Hofmann, D. Ackermann, A.V. Yeremin. Et al., The reaction ^{48}Ca + ^{238}U → ^{286}112* studied at the GSI-SHIP, *European Physical Journal A* ***32*** (2007) 251–260. https://doi.org/10.1140/epja/i2007-10373-x

[9] P. Frobrich, I.I. Gontchar, Langevin description of fusion, deep-inelastic collisions and heavy-ion-induced fission, *Physics Reports* ***292*** (1998)131-237. https://doi.org/10.1016/S0370-1573(97)00042-2

[10] V.V. Volkov, Centrifugal fragmentation of a dinuclear system in the process of its evolution toward a compound nucleus, *Physics of Atomic Nuclei 70* (2007) 2046–2053. https://doi.org/10.1134/S106377880712006X

[11] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid et al., Isotopic dependence of fusion cross sections in reactions with heavy nuclei, *Nuclear Physics A* ***678*** (2000) 24-38. https://doi.org/10.1016/S0375-9474(00)00317-1

[12] N.V. Antonenko, E.A. Cherepanov, A.K. Nasirov, V.P. Permjakov, V.V. Volkov, Compound nucleus formation in reactions between massive nuclei: Fusion barrier, *Physical Review C* ***51*** (1995)2635-2645. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.51.2635

[13] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid, Model of competition between fusion and quasi fission in reactions with heavy nuclei, *Nuclear Physics A618*(1997) 176-198. https://doi.org/10.1016/S0375-9474(97)88172-9

[14] V.V. Volkov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, E.A. Cherepanov, W. Scheid, Synthesis of superheavy elements and the process of complete fusion of massive nuclei, *Nuclear Physics 64* (2001) 1116–1120. https://doi.org/10.1134/1.1383627

[15] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid, V.V. Volkov,Fusion cross sections for superheavy nuclei in the dinuclear system concept, *Nuclear Physics A* ***633*** (1998) 409-420.

https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2008.06.005

[24] A. Gilbert, A.G.W. Cameron, A composite nuclear level-density formula with shell corrections, *Canadian Journal of Physics* ***43*** (1965) 1446 -1496. https://doi.org/10.1139/p65-139

[25] S.E. Koonin, D.J. Dean, K. Langanke, Shell model monte carlo methods,*Physics Reports* ***278*** (1997) 1-77. https://doi.org/10.1016/S0370-1573(96)00017-8

[26] Y. Alhassid, G.F. Bertsch, L. Fang, Nuclear level statistics: Extending shell model theory to higher temperatures, *Physical Review C* ***68*** (2003) 044322. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.68.044322

[27] R. Razavi, A.N. Behkami, V. Dehghani, Pairing phase transition and thermodynamical quantitie in ^{148,149}Sm, *Nuclear Physics A* ***930*** (2014) 57-62. https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2014.07.016

[28] G. Puddu, P.F. Bortignon, R.A. Broglia, The RPA-SPA Approximation to Level Densities, *Annals of Physics* ***206*** (1991) 409-439. https://doi.org/10.1016/0003-4916(91)90006-T

[29] H. Attias, Y. Alhassid, The perturbed static path approximation at finitetemperature: observables and strength functions, *Nuclear physics A* ***625*** (1997) 565-597. https://doi.org/10.1016/S0375-9474(97)00486-7

[30] N.J. Davidson, S.S. Hsiao, J. Markram, H.G. Miller, Y. Tzeng, A semi-empirical determination of the properties of nuclear matter, *Physics Letters B 315* (1993) 12-16. https://doi.org/10.1016/0370-2693(93)90150-G

[31] L.G. Moretto, Statistical dwscription of a paired nucleus with the inclusion of angular momentum, *Nuclear Physics A* ***185*** https://doi.org/10.1016/S0375-9474(98)00124-9

[16] R.V. Jolos, A.K. Nasirov, A.I. Muminov, The role of the entrance channel in the fusion of massive nuclei, *European Physical Journal A* ***4*** (1999) 245-250. https://doi.org/10.1007/s100500050227

[17] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, S.P. Ivanova, W. Scheid, Analysis of survival probability of superheavy nuclei, *Physical Review C* ***62*** (2000) 064303. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.62.064303

[18] Z.Q. Feng, Gen-Ming Jin, J.Q. Li, W. Scheid, Formation of superheavy nuclei in cold fusion reactions, *Physical Review C* ***76*** (2007) 044606-1-044606-9. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.76.044606

[19] A. Bohr, B.R. Mottelson, Nuclear structure Volume I, Benjamin Reading MA(1969).

[20] T. Von Egidy, H.H. Schmidt, A.N. Behkami, nuclear level densities and level spacing distribution part 2, *Nuclear Physics A* ***481*** (1988)189-206. https://doi.org/10.1016/0375-9474(88)90491-5

[21] D. Bucurescu1, T.V. Egid, Correlations between the nuclear level density parameters, *Physical Review C* ***72*** (2005) 067304-1-3. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.72.067304

[22] T.V. Egidy, D Bucurescu, Physical Erratum: Systematics of nuclear level density parameters, *Physical Review C 72 044311* (2005) *Review C* ***73*** (2006) 049901-1. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.73.049901

[23] A.J. Koning, S. Hilaire, S. Goriely, Global and local level density models, *Nuclear Physics A* ***810*** (2008) 13-76.

[39] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid, V.V. Volkov, Treatment of competition between complete fusion and quasifission in collisions of heavy nuclei, *Nuclear Physics A* ***627*** (1997) 361-378. https://doi.org/10.1016/S0375-9474(97)00605-2

[40] Y. Alhassid, G.F. Bertsch, L. Fang, Nuclear level statistics: Extending shell model theory to higher temperatures, *Physical Rrview C* ***68*** (2003) 044322-1-11. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.68.044322

[41] J. Blocki, W.J. Swiatecki, A generalization of the proximity force theorem, *Annals of Physics* ***132*** (1981) 53-65. https://doi.org/10.1016/0003-4916(81)90268-2

[42] C.L. Guo, G.L. Zhang, X.Y. Le, Study of the universal function of nuclear proximity potential from density-dependent nucleon–nucleon interaction, *Nuclear Physics A* ***897*** (2013) 54-61. https://doi.org/10.1016/j.nuclphysa.2012.10.003

[43] M.R. Pahlavani, M. Masoumi Dinan, Thermal properties of ^{172}Yb and ^{162}Dy isotopes in the back-shifted Fermi gas model with temperature-dependent pairing energy, *Journal of Physics* ***93*** (2019) 37-47. https://doi.org/10.1007/s12043-019-1799-y

[44] S.A. Alavi,V. Dehghani, Back shifted Fermi gas model with temperature dependent pairing energy: Thermal properties of ^{98}Mo, *International Journal of Modern Physics E 25* (2016) 1650065-1-10. *https://doi.org/10.1142/S0218301316500658*

[45] Z.Q. Feng, G.M. Jin, J.Q. Li, Werner Scheid, Formation of superheavy nuclei in cold fusion reactions, *Physical Review C* ***76*** (2007) 044606-1-9. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.76.044606

(1972) 145-165. https://doi.org/10.1016/0375-9474(72)90556-8

[32] E.G. Ryabov, A.V. Karpov, P.N. Nadtochy, G.D. Adeev, Application of a temperature-dependent liquid-drop model to dynamical Langevin calculations of fission fragment distributions of excited nuclei, *Physical Review C* ***78*** (2008) 044614. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.78.044614

[33] L.D. Landau, E.M. Lifshitz, Statistical physics, Pergamon Press, Oxford, (1966).

[34] P. Mohammadi, V. Dehghani, A.A. Mehammandoost-Khajeh-Dad, Applying modified Ginzburg-Landau theory to nuclei, *Physical Review C* ***90*** (2014) 054304. https://doi.org/10.1103/PhysRevC.90.054304

[35] M.K.G. Kruse, H.G. Miller, A.R. Plastino, A. Plastino, S. Fujita, Landau-Ginzburg method applied to finite fermion systems: pairing in nuclei, *European Physical Journal A 25* (2005) 339-344. https://doi.org/10.1140/epja/i2005-10133-0

[36] A.S. Zubov, G.G. Adamian, N.V. Antonenko, Application of Statistical Methods for Analysis of Heavy-Ion Reactions in the Framework of a Dinuclear System Mode6, *Physics of Particles and Nuclei* ***40*** (2009) 847–889 . https://doi.org/10.1134/S1063779609060057

[37] G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid, V.V. Volkov, Fusion cross sections for superheavy nuclei in the dinuclear system concept, *Nuclear Physics A* ***633*** (1998) 409-420. https://doi.org/10.1016/S0375-9474(98)00124-9

[38] G. Munzenberg, Recent advances in the discovery of transuranium elements, *Reports on Progress in Physics* ***51*** (1988) 57-104. https://doi.org/10.1088/0034-4885/51/1/002