

Properties of excited squeezed Kerr states

Mohammad Ehsan Farzan¹, Mohammad Javad Faghihi*¹, Gholamreza Honarasa²

¹Department of Photonics, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran

²Department of Physics, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

Received: 17.06.2020 Final revised: 15.05.2021 Accepted: 03.08.2021

Doi link: [10.22055/JRMBS.2021.16987](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.16987)

Abstract

The Kerr-like medium is a beneficial way to obtain the nonclassicality features of a quantum state of light. Moreover, squeezed states are well-known as the best nonclassical ones. Hence, by applying a two-photon parametric process as well as a Kerr medium, squeezed Kerr states can be generated to improve the nonclassicality aspects of Kerr states. In this paper, excited squeezed Kerr states are introduced in which the excitation is normally expressed via bosonic creation operator. Afterward, some physical properties of the introduced states are numerically studied. It is seen that with the help of excitation, the photon statistics of the radiation field can be changed from Poissonian statistics to sub-Poissonian one. Furthermore, adding photons to the considered quantum states remarkably enhances the depth and the domain of quadrature squeezing.

Keywords: Squeezed Kerr state, Photon-addition, Photon statistics, Squeezing, Nonclassical state

* Corresponding Author: mj.faghihi@kgut.ac.ir



ویژگی‌های حالت‌های کر چلانده برانگیخته

محمد احسان فرزانه¹، محمد جواد فقیهی*¹، غلامرضا هنرآسا²¹گروه فوتونیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان، ایران²دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

دریافت: 1399/03/28 ویرایش نهائی: 1400/02/25 پذیرش: 1400/05/12

Doi link: [10.22055/JRMBS.2021.16987](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.16987)

چکیده

محیط کر یک راه مفید برای دست‌یابی به جنبه‌های غیرکلاسیکی یک سامانه نوری است. همچنین، حالت‌های چلانده به‌عنوان بهترین حالت‌های غیرکلاسیکی شناخته می‌شوند. از این رو، با استفاده از یک فرآیند دوفوتونی و محیط کر، حالت‌های کر چلانده می‌توانند تولید شوند تا جنبه‌های غیرکلاسیکی حالت‌های کر را بهبود بخشند. در این مقاله، حالت‌های کر چلانده برانگیخته معرفی می‌شوند که در آن برانگیختگی با عملگر آفرینش بوزونی بیان می‌شود. سپس، برخی از ویژگی‌های فیزیکی حالت‌های به‌دست‌آمده بررسی می‌شوند. نشان داده می‌شود که برانگیختگی می‌تواند باعث تغییر آمار فوتون‌های تابشی از پواسونی به زیرپواسونی شود. همچنین، افزایش فوتون به سامانه تابشی مورد بحث به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای عمق و دامنه چلانده را تقویت می‌کند.

کلیدواژه‌گان: حالت کر چلانده، افزایش فوتون، آمار فوتون، چلانده، حالت غیرکلاسیکی

مقدمه

حالت‌های غیرکلاسیکی نقش به‌سزایی در فناوری‌های جدید دارند که از مهم‌ترین آن‌ها می‌توان حالت‌های چلانده را برشمرد. این اثر کوانتومی اولین بار در سال 1986 توسط اسلاشر و همکاران در فرآیند ترکیب چهار موج با استفاده از بخار اتمی سدیم مشاهده شد [6]. یک سال بعد لینگ وو و همکاران با استفاده از فرآیند معکوس پارامتری حالت چلانده را در آزمایشگاه تولید کردند [7]. به ابتکار شلبی و همکاران اولین حالت چلانده با استفاده از اثر غیرخطی کر در فیبر نوری به‌دست آمد [8]. به‌عنوان یک روش ساده برای تولید این حالت‌ها می‌توان به برهم‌کنش غیرخطی حالت همدوس استاندارد با محیط کر اشاره کرد. حالت‌های غیرکلاسیکی معمولاً توسط فرآیندهای نوری غیرخطی مانند فرآیند پارامتری دو فوتونی با نور

جان کر در سال 1875 کشف کرد که ضریب شکست بسیاری از مواد به‌شدت میدان الکتریکی تأیید شده به آنها بستگی دارد. این پدیده که به اثر کر شناخته می‌شود رده جدیدی از مواد با ضریب شکست غیرخطی را معرفی کرد [1]. از محیط کر می‌توان در بررسی و شناسایی حالت‌های غیرکلاسیکی استفاده کرد. به‌عنوان نمونه‌ای از کاربردهای این محیط می‌توان به اندازه‌گیری غیرتخریبی کوانتومی [2]، بررسی افت‌وخیزهای کوانتومی [3] و تولید حالت‌های درهم‌تنیده [4] اشاره کرد. حالت‌های کر به‌عنوان توصیفی از حالت‌های تابشی خروجی ناشی از برهم‌کنش حالت همدوس با محیط کر شناخته می‌شود [5].

* نویسنده مسئول: mj.faghihi@kgut.ac.ir

پارامتری از محیط کر و برای مقادیر مختلف پارامتر چلانده‌گی به بحث گذاشته می‌شود.

به‌منظور تبیین انگیزه کار پژوهشی حاضر، صحبت در مورد کاربرد حالت‌های کر چلانده و همچنین برانگیختگی حالت‌های کوانتومی نور ارزشمند است. به‌عنوان مثال، از حالت‌های کر چلانده برای تشخیص چلانده‌گی هونگ و مندل [15] استفاده می‌شود، که برای آن به حالت‌هایی نیاز است که آمار زیرپواسونی مراتب بالاتر را نشان دهند و این مهم در حالت‌های کر چلانده به‌خوبی دیده می‌شود. با در نظر گرفتن فرایندهای پارامتری نوری تهگن در اپتیک غیرخطی [1]، لازم به ذکر است که حالت‌های کر چلانده را می‌توان به‌صورت تجربی به‌عنوان خروجی برهم‌کنش نور لیزر با فیبر نوری شامل تقویت‌کننده پارامتری تهگن تولید کرد [16].

از طرف دیگر، نشان داده شده است که افزودن فوتون به حالت‌های کوانتومی نور یک روش مفید برای تقویت رفتار غیرکلاسیکی آن سامانه تابشی است [17]. در نتیجه برانگیختگی حالت‌های کوانتومی نور، یادآور می‌شود، تحقق تجربی حالت‌های کوانتومی نور که با افزودن تک فوتون به یک میدان گرمایی کلاسیکی به‌دست می‌آیند، تبیین شده است [18]. علاوه بر این، تولید حالت‌های تابشی جدید با افزودن فوتون به یک میدان گرمایی کلاسیکی گزارش شده است [19]. همچنین، تولید تجربی یک توزیع غیرکلاسیکی برای یک حالت گرمایی تک فوتون-افزوده شده صورت پذیرفته است [20]. به‌علاوه، اخیراً طرح‌واره‌ای برای حالت‌های درهم‌تنیده به‌اندازه دلخواه بزرگ از طریق افزودن غیرموضعی یک تک فوتون ارائه شده است [21].

با توجه به آنچه که در بالا ارائه شد، ادامه مقاله از این قرار است: در بخش بعد، حالت‌های کر چلانده

کلاسیکی تحریک‌کننده و اثر کر نوری ایجاد می‌شوند. محیط کر روشی مؤثر برای تعیین حالت‌های غیرکلاسیکی نور است و در فناوری‌های جدید مانند اندازه‌گیری‌های غیرتخریبی کوانتومی [9]، تولید حالت‌های کوانتومی ماکروسکوپی درهم‌تنیده [10] و پردازش اطلاعات کوانتومی [11] نیز به‌کار می‌رود.

در مقایسه با یک حالت همدوس، حالت کر، چلانده است اما آمار فوتون آن همچنان پواسونی است. با اعمال چلانده‌گی از طریق یک فرآیند پارامتری دوفوتونی، حالت‌های کر چلانده ظاهر می‌شوند که آمار فوتون آنها می‌تواند زیر پواسونی (غیرکلاسیکی) یا فراپواسونی (کلاسیکی) باشد. حالت کر چلانده توسط گری و گروب در سال 1994 معرفی شد [12]. به‌منظور تولید حالت‌های کر چلانده از فرایندهای پارامتری دوفوتونی مانند ترکیب چهارموج یا تبدیل معکوس پارامتری استفاده می‌شود.

از سوی دیگر، افزودن فوتون به یک حالت کوانتومی تابشی از ایده آگرو و تارا ناشی می‌شود [13] که آن‌ها حالت‌های همدوس فوتون-افزوده را به‌صورت $|\alpha, m\rangle = \hat{a}^{\dagger m} |\alpha\rangle$ با صحیح معرفی نمودند. همچنین پس از آن، این حالت‌ها به‌صورت تجربی نیز توسط زاواتا و همکاران تولید شدند [14]. نشان داده شد که این حالت‌ها هم چلانده‌اند و هم از آمار زیرپواسونی پیروی می‌کنند. در نتیجه، حالت‌های برانگیخته تابشی در رده حالت‌های غیرکلاسیکی قرار می‌گیرند.

در این مقاله، حالت‌های کر چلانده برانگیخته معرفی می‌شود. سپس برخی از ویژگی‌های حالت معرفی شده به بحث گذاشته می‌شود. خواهیم دید که وابستگی رفتارهای فیزیکی سامانه به محیط کر به‌روشنی نمایان است. از این‌رو، بررسی ویژگی‌های سامانه برحسب

$$\hat{D}(\alpha) = \exp[\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}] \quad 5$$

معرفی می‌شود (\hat{a} و \hat{a}^\dagger از مرتبه واحد هستند)، عملگر چلاندهگی به صورت

$$\hat{S}(z) = \exp\left[\frac{1}{2}z\hat{a}^{\dagger 2} - \frac{1}{2}z^*\hat{a}^2\right] \quad 6$$

خواهد بود که در آن $z = re^{i\theta}$ و r پارامتر چلاندهگی است.

حالت کر چلانده از تأثیر عملگر چلاندهگی بر حالت کر به دست می‌آید:

$$|\Psi_{SK}\rangle = \hat{S}(z)|\Psi_K\rangle = \hat{S}(z)\hat{U}_K(\gamma)|\alpha\rangle \quad 7$$

مشابه با آنچه که در روش تصویر هایزنبرگ رخ می‌دهد و در آن کت حالت (که در این جا حالت همدوس است) ثابت می‌ماند و مشاهده‌پذیرها تحوّل تغییر می‌یابند، اثر عملگر چلاندهگی بر تغییر عملگر آفرینش به صورت

$$\hat{S}^\dagger(z) \hat{a}^\dagger \hat{S}(z) = \hat{a}^\dagger \cosh r + e^{-i\theta} \hat{a} \sinh r \quad 8$$

و اثر عملگر کر بر تحوّل عملگرهای آفرینش به شکل

$$\hat{U}_K^\dagger(\gamma) \hat{a}^\dagger \hat{U}_K(\gamma) = \hat{a}^\dagger e^{2i\gamma \hat{a}^\dagger \hat{a}} \quad 9$$

نوشته می‌شود. در نتیجه تبدیل عملگر آفرینش در حالت کر چلانده مشابه با روش تصویر هایزنبرگ به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\hat{a}^\dagger(z, \gamma) = \hat{U}_K^\dagger(\gamma) \hat{S}^\dagger(z) \hat{a}^\dagger \hat{S}(z) \hat{U}_K(\gamma) \\ = \hat{a}^\dagger e^{2i\gamma \hat{a}^\dagger \hat{a}} \cosh r + e^{-i\theta} e^{-2i\gamma \hat{a}^\dagger \hat{a}} \hat{a} \sinh r \quad 10$$

مطابق با نظریه کوانتومی تابش، برانگیختگی با عملگر آفرینش نشان داده می‌شود. بنابراین، حالت کر چلانده برانگیخته به صورت زیر معرفی می‌شود:

$$|\Psi_{ESK}\rangle = N(\hat{a}^\dagger)^m |\Psi_{SK}\rangle \quad 11$$

که ضریب بهنجارش N با رابطه زیر داده می‌شود:

$$N = \left(\langle \Psi_{SK} | \hat{a}^m \hat{a}^{\dagger m} | \Psi_{SK} \rangle \right)^{-1/2} \quad 12$$

در رابطه 11، عدد m مرتبه برانگیختگی را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که حالت‌های کر چلانده

برانگیخته معرفی می‌شوند. پس از آن، بررسی ویژگی‌های فیزیکی حالت‌های به دست آمده شامل میانگین تعداد فوتون‌ها، پارامتر مندل، چلاندهگی و تابع توزیع هوسیمی در دستور کار قرار دارد. در آخر، این مقاله با ارائه خلاصه کار و نتیجه‌گیری از آن به پایان می‌رسد.

حالت‌های کر چلانده برانگیخته

هامیلتونی محیط کر با رابطه زیر توصیف می‌شود:

$$\hat{H} = \hbar\omega \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\chi \hat{a}^{\dagger 2} \hat{a}^2 \quad 1$$

که در آن χ ضریب جفت‌شدگی متناسب با پذیرفتاری مرتبه سوم ماده است و \hat{a}^\dagger عملگر آفرینش و \hat{a} عملگر نابودی بوزونی هستند. عملگر یکانی کر در تصویر برهم‌کنش به صورت

$$\hat{U}_K(\gamma) = \exp\left[-i\gamma(\hat{a}^\dagger)^2(\hat{a})^2\right] \\ = \exp\left[-i\gamma\hat{n}(\hat{n}-1)\right] \quad 2$$

نوشته می‌شود که در آن $\hat{n} = \hat{a}^\dagger \hat{a}$ عملگر تعداد فوتون‌ها است. همچنین، $\gamma = \chi L/v$ ، L طول محیط کر و v سرعت نور در ماده است. حالت کر از تأثیر عملگر یکانی کر بر حالت همدوس استاندارد به صورت زیر تولید می‌شود:

$$|\Psi_K\rangle = \hat{U}_K(\gamma)|\alpha\rangle \quad 3$$

که در آن کت $|\alpha\rangle$ نمایان‌گر حالت همدوس استاندارد است و نمایش آن در پایه حالت‌های عددی عبارت است از:

$$|\alpha\rangle = e^{-\frac{|\alpha|^2}{2}} \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle \quad 4$$

نشان داده شده است که امکان بروز چلاندهگی در فرآیندهایی خواهد بود که دو فوتون جذب یا گسیل می‌شوند (فرآیندهای دوفوتونی) [22]. با این پیشینه که فرآیندهای تک‌فوتونی به حالت همدوس استاندارد برمی‌گردند که به واسطه آن عملگر جابجایی به صورت

$$\begin{aligned} & \langle \alpha | \left(\hat{a}^\dagger e^{2i\gamma \hat{a}} \hat{a} \right)^p \left(e^{-2i\gamma \hat{a}} \hat{a} \right)^q | \alpha \rangle \\ & = (\alpha^*)^p (\alpha)^q \exp(i\gamma [p(p-1)]) \\ & \times (-i\gamma [q(q-1)]) \\ & \times \exp\left[|\alpha|^2 (e^{-2i\gamma(q-p)} - 1)\right] \end{aligned} \quad 16$$

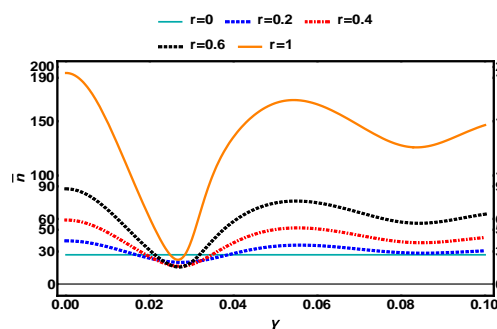
بنابراین میانگین تعداد فوتون ها با رابطه زیر داده می شود:

$$\begin{aligned} \frac{\bar{n}}{|N|^2} &= \cosh r^4 (|\alpha|^4 + 3|\alpha|^2 + 1) + \sinh r^4 (|\alpha|^4 + |\alpha|^2) \\ &+ \cosh r^2 \sinh r^2 (2 + 4|\alpha|^4 + 8|\alpha|^2) \\ &+ 2 \cosh r^2 \sinh r^2 \operatorname{Re} \left[\alpha^4 e^{-2i\gamma} \exp\left[|\alpha|^2 (e^{-8i\gamma} - 1)\right] \right] \\ &+ 8 \cosh r^3 \sinh r \operatorname{Re} \left[\alpha^2 e^{-2i\gamma} \exp\left[|\alpha|^2 (e^{-4i\gamma} - 1)\right] \right] \\ &+ 4 \cosh r^3 \sinh r \operatorname{Re} \left[\alpha^2 |\alpha|^2 e^{-6i\gamma} \exp\left[|\alpha|^2 (e^{-4i\gamma} - 1)\right] \right] \\ &+ 4 \cosh r \sinh r^3 \operatorname{Re} \left[\alpha^2 |\alpha|^2 e^{-6i\gamma} \exp\left[|\alpha|^2 (e^{-4i\gamma} - 1)\right] \right] \\ &+ 4 \cosh r \sinh r^3 \operatorname{Re} \left[\alpha^2 e^{-2i\gamma} \exp\left[|\alpha|^2 (e^{-4i\gamma} - 1)\right] \right] \end{aligned} \quad 17$$

در این رابطه، ضریب بهنجارش به صورت

$$N = \left[\begin{aligned} & (1 + |\alpha|^2) \cosh r^2 + |\alpha|^2 \sinh r^2 \\ & + 2 \sinh r \cosh r \operatorname{Re} \left[\alpha^2 e^{-2i\gamma} \right. \\ & \left. \times \exp\left[|\alpha|^2 (e^{-4i\gamma} - 1)\right] \right] \end{aligned} \right]^{-1/2} \quad 18$$

خواهد بود.



شکل 1. تعداد متوسط فوتون ها برای اولین حالت برانگیخته برحسب γ به ازای $\alpha = 5$ و مقادیر مختلفی از پارامتر چلانده

در شکل 1 اثر برانگیختگی بر متوسط تعداد فوتون های حالت کر چلانده نمایش داده شده است. نتایج عددی نشان می دهند نوسان تعداد متوسط فوتون ها با افزایش

برانگیخته در حد $\alpha \rightarrow 0$ ، $m \rightarrow 0$ و $z \rightarrow 0$ به ترتیب به حالت های چلانده برانگیخته، حالت های کر چلانده و حالت های کر برانگیخته تقلیل می یابند.

بررسی ویژگی های فیزیکی

به منظور ارزیابی ویژگی های فیزیکی سامانه تابشی مورد بحث، در ادامه، نقش برانگیختگی، محیط کر و پارامتر چلانده بر رفتار میانگین تعداد فوتون ها، پارامتر مندل، چلانده و تابع توزیع هوسیمی مورد مطالعه قرار می گیرد.

میانگین تعداد فوتون ها: با استفاده از این پارامتر می توان اثر برانگیختگی را بر توزیع تعداد فوتون ها برحسب γ بررسی کرد. میانگین تعداد فوتون ها برای برانگیختگی مرتبه اول حالت های کر چلانده به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \bar{n} &= \langle \Psi_{\text{ESK}} | \hat{n} | \Psi_{\text{ESK}} \rangle \\ &= |N|^2 \langle \alpha | \hat{a}(z, \gamma) \hat{a}^\dagger(z, \gamma) | \alpha \rangle \end{aligned} \quad 13$$

از آن جهت که عملگرهای کر و چلانده یکنانه هستند می توان مشاهده پذیر \hat{n} را با استفاده از تبدیل روی عملگرها به گونه ای دیگر نوشت. با توجه به تعریف یکنانه بودن یک عملگر دلخواه مانند \hat{X} به صورت $\hat{X}^\dagger \hat{X} = \hat{X} \hat{X}^\dagger = \hat{I}$ می توان عملگر تعداد فوتون ها را در هیافت عملگری بدین شکل نوشت:

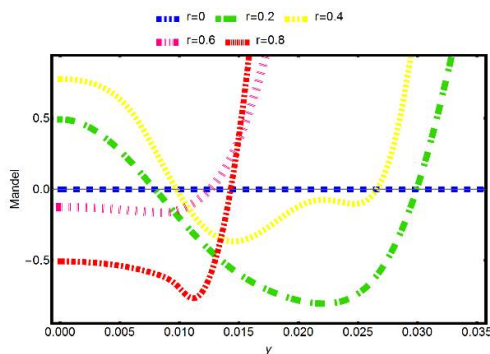
$$\hat{n}(z, \gamma) = \hat{a}^\dagger(z, \gamma) \hat{a}(z, \gamma) \quad 14$$

با استفاده از رابطه 14 توزیع فوتون ها در این روش به صورت

$$\begin{aligned} \bar{n} &= |N|^2 \langle \alpha | \hat{a}(z, \gamma) \hat{a}^\dagger(z, \gamma) \\ &\times \hat{a}^\dagger(z, \gamma) \hat{a}(z, \gamma) | \alpha \rangle \end{aligned} \quad 15$$

به دست می آید که در محاسبه آن رابطه زیر مورد توجه قرار می گیرد:

شکل 2 پارامتر مندل را در نبود عملگر چلانگی و برای مرتبه‌های مختلف برانگیختگی نشان می‌دهد. این شکل به روشنی گویای این است که آمار فوتون‌های میدان تابشی کاملاً مستقل از محیط کر است. همچنین از این شکل می‌توان دریافت که با افزایش فوتون به چنین سامانه‌ای (حالت‌های کر برانگیخته)، رفتار غیرکلاسیکی پدیدار می‌گردد و با افزایش مرتبه برانگیختگی، غیرکلاسیکی بودن سامانه متناظر با آن تقویت می‌شود. ذکر این نکته خالی از لطف نیست که چنان‌که قبلاً اشاره شد، حالت‌های کر دارای آمار پواسونی هستند. در اینجا می‌توان فهمید که فوتون‌های حالت‌های کر برانگیخته از آمار زیرپواسونی پیروی می‌کنند.



شکل 3. پارامتر مندل برحسب γ به ازای $m = 0, \alpha = 5$ و مقادیر مختلفی از پارامتر چلانگی

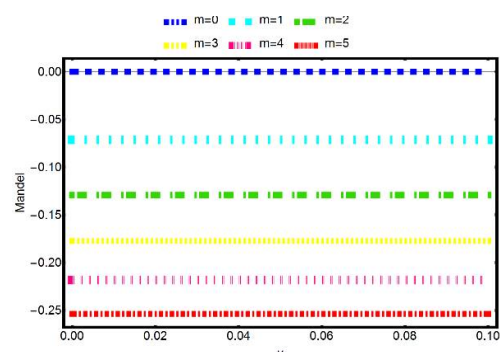
در شکل 3، آمار زیرپواسونی فوتون‌های میدان متناظر با مقادیر مختلفی از پارامتر چلانگی قابل مشاهده است. از این شکل می‌توان چنین استنتاج کرد که مقادیر غیرصفر پارامتر چلانگی کمک شایانی به بروز رفتار غیرکلاسیکی فوتون‌های تابشی می‌کند. به علاوه، چنین برداشت می‌شود که افزایش پارامتر چلانگی می‌تواند دامنه رفتار غیرکلاسیکی را کاهش یا افزایش دهد. ضمن اینکه، با توجه به نتایج عددی حاصل از شکل 3، ناحیه غیرکلاسیکی ناشی از پارامتر مندل به ازای $r = 0.2$

r تقویت می‌شود. همچنین برانگیختگی باعث افزایش تعداد میانگین فوتون‌ها نسبت به حالت غیربرانگیخته می‌شود.

پارامتر مندل: این پارامتر در سال 1979 توسط مندل برای تشخیص حالت‌های غیرکلاسیکی در اپتیک کوانتومی ارائه گردید [23]. پارامتر مندل که به شکل

$$Q = \frac{\langle \hat{n}^2 \rangle - \langle \hat{n} \rangle^2}{\langle \hat{n} \rangle} - 1 \quad (19)$$

تعریف می‌شود می‌تواند میزان انحراف توزیع آماری حالت‌ها را از حالت پواسونی نشان دهد. اگر $-1 \leq Q < 0$ ، آمار فوتون‌های میدان زیرپواسونی و بر این اساس سامانه دارای ویژگی غیرکلاسیکی و حالت تابشی متناظر با آن یک حالت غیرکلاسیکی است. اگر $Q > 0$ ، آمار فراپواسونی است و ویژگی‌های کلاسیکی در این آمار ظاهر می‌شوند و برای حالت $Q = 0$ آمار فوتون‌ها پواسونی است که به حالت همدوس استاندارد دلالت دارد. با محاسبه مقدار چشم‌داشتی \hat{n} و \hat{n}^2 در رهیافت عملگری می‌توان به بررسی اثر برانگیختگی بر این پارامتر پرداخت. یادآور می‌شود مقدار چشم‌داشتی \hat{n} در رابطه 17 آمده است. ضمناً به دلیل تعداد زیاد جملات در مقدار چشم‌داشتی \hat{n}^2 از ارائه شکل صریح آن پرهیز می‌شود.



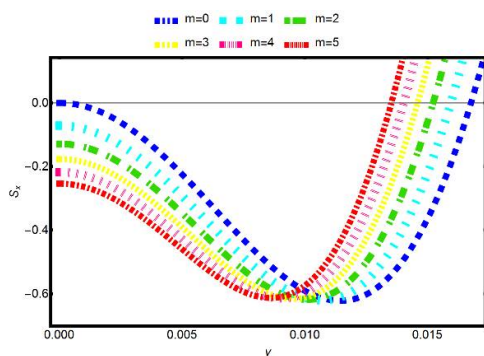
شکل 2. پارامتر مندل برحسب γ به ازای $r = 0, \alpha = 5$ و مرتبه‌های مختلف برانگیختگی

شرط چلانده‌گی در کوادراتور Z (کوادراتور x یا y) این است که $(\Delta \hat{z})^2 < 0.25$. بنابراین، پارامترهای چلانده‌گی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$S_x = 2\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle + 2\Re\langle \hat{a}^2 \rangle - 4(\Re\langle \hat{a} \rangle)^2 \quad 21$$

$$S_y = 2\langle \hat{a}^\dagger \hat{a} \rangle - 2\Re\langle \hat{a}^2 \rangle - 4(\Im\langle \hat{a} \rangle)^2$$

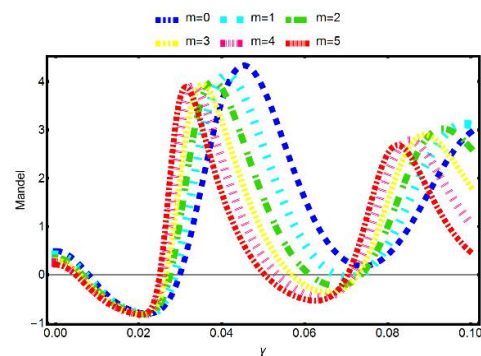
با توجه به شرط چلانده‌گی و پارامترهای ارائه شده در رابطه 21، یک حالت در کوادراتور Z چلانده است اگر نامساوی $-1 \leq S_z < 0$ برآورده شود.



شکل 5. چلانده‌گی برحسب γ به ازای $r=0, \alpha=5$ و مرتبه‌های مختلف برانگیختگی.

شکل 5 چلانده‌گی مرتبه اول را در غیاب عملگر چلانده‌گی و برای مرتبه‌های مختلف برانگیختگی نشان می‌دهد. این شکل مظهر تأییدی بر چلانده‌گی (رفتار غیرکلاسیکی) حالت‌های کر و حالت‌های کر برانگیخته است. همچنین شکل 5 نشان می‌دهد که با افزایش تعداد فوتون‌های افزوده به سامانه، عمق غیرکلاسیکی بودن سامانه متناظر با آن افزایش می‌یابد. ضمناً، به ازای مقادیر به اندازه کافی بزرگ از پارامتر متناظر با محیط کر، رفتار غیرکلاسیکی سامانه تضعیف می‌شود.

بیشترین مقدار خود را دارد. اگرچه بروز رفتار غیرکلاسیکی در مقادیر بسیار کوچک متناظر به محیط کر (γ) به ازای $r=0.8$ کاملاً نمایان است. یادآور می‌شود آمار فوتون‌های میدان به ازای مقادیر به اندازه کافی بزرگ از پارامتر متناظر با محیط کر فرابواسونی و رفتار آن کلاسیکی است.



شکل 4. پارامتر مندل برحسب γ به ازای $r=0.2, \alpha=5$ و مرتبه‌های مختلف برانگیختگی

شکل 4 آمار فوتونی‌های میدان را به ازای $r=0.2$ و مرتبه‌های مختلف برانگیختگی به تصویر کشیده است. از این شکل می‌توان دریافت که افزایش مرتبه برانگیختگی می‌تواند غیرکلاسیکی بودن سامانه را بهبود بخشد. همچنین نتایج عددی نشان می‌دهند که مقدار عددی پارامتر مندل به ازای پارامتر چلانده‌گی $r=0.2$ در $\gamma=0.013$ به بیشینه خود یعنی $Q=-0.616$ می‌رسد. چلانده‌گی: کاهش افت‌وخیزهای کوانتومی در یکی از کوادراتورهای میدان زیر حالت خلأ یا حالت همدوس استاندارد، به بهای افزایش افت‌وخیزها در کوادراتور همیوگ متناظر را چلانده‌گی می‌نامند. برای آنالیز ویژگی چلانده‌گی مرتبه اول میدان تابشی و روشن کردن این که آیا یک حالت تابشی چلانده است یا نه، عملگرهای کوادراتوری زیر را تعریف می‌کنیم [24]:

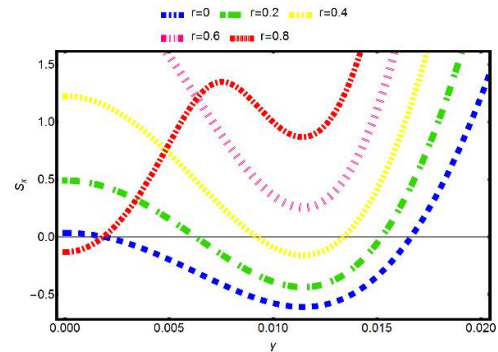
$$\hat{x} = \frac{1}{2}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger), \quad \hat{y} = \frac{1}{2i}(\hat{a} - \hat{a}^\dagger) \quad 20$$

شکل 7 نشان‌دهنده چلانگی میدان تابشی به‌ازای $r = 0.2$ و مرتبه‌های مختلف برانگیختگی است. این شکل بر چلانگی میدان به‌ازای تمام حالت‌های برانگیختگی دلالت دارد. به‌عبارت دیگر، حالت‌های کر چلانده برانگیخته به‌ازای انتخاب‌های مختلفی از برانگیختگی چلانده هستند. از مقایسه شکل‌های 6 و 7، که به ترتیب به حالت‌های کر چلانده و حالت‌های کر چلانده برانگیخته اشاره دارند، می‌توان دریافت که تقویت چلانگی میدان در حالت‌های کر چلانده برانگیخته به‌واسطه برانگیختگی و افزایش فوتون اتفاق می‌افتد. همچنین با افزایش مرتبه برانگیختگی، سامانه به‌ازای مقادیر کوچک‌تری از γ چلانده خواهد بود.

تابع توزیع Q هوسیمی: توصیف کلی حالت‌های کوانتومی تابشی عموماً به‌کمک توابع توزیع صورت می‌پذیرد. علاوه بر این، این توابع توزیع حالت‌های غیرکلاسیکی را از حالت‌های کلاسیکی متمایز می‌کنند. تابع توزیع شبه‌احتمالی Q به‌صورت زیر معرفی می‌شود [24]:

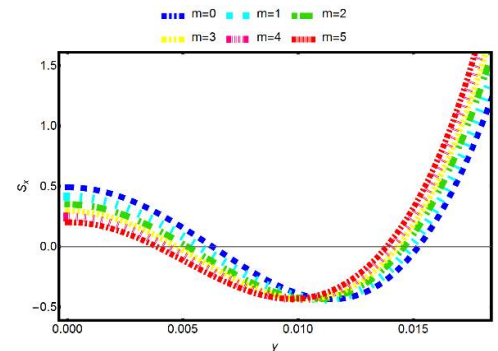
$$Q(\beta, \beta^*) = \frac{1}{\pi} \langle \beta | \hat{\rho} | \beta \rangle \quad 22$$

که در آن $|\beta\rangle$ بیان‌گر یک حالت همدوس استاندارد و عملگر ماتریس چگالی $\hat{\rho}$ متناظر با سامانه تابشی مورد نظر است. این تابع تمام ویژگی‌های توزیع احتمال کلاسیکی را دارد و به نامساوی $0 \leq Q(\beta, \beta^*) \leq 1/\pi$ محدود می‌شود.



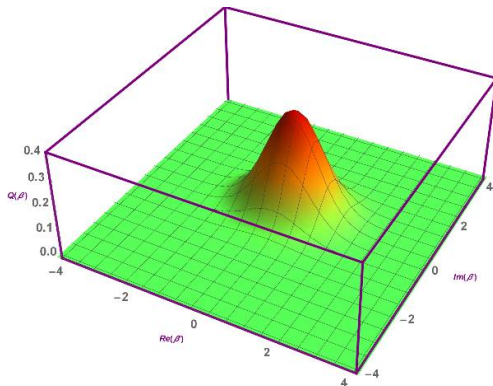
شکل 6. چلانگی برحسب γ به‌ازای $m=0, \alpha=5$ و مقادیر مختلفی از پارامتر چلانگی

شکل 6 به نمایش رفتار چلانگی میدان حالت‌های غیربرانگیخته (حالت‌های کر و حالت‌های کر چلانده) به‌ازای مقادیر مختلفی از پارامتر چلانگی می‌پردازد. نتایج عددی حاصل از این شکل نشان می‌دهد که حالت‌های کر ($r=0$) و حالت‌های کر چلانده ($r \neq 0$) هر دو چلانده هستند. همچنین عمق و دامنه چلانگی حالت‌های کر بیش‌تر از حالت‌های کر چلانده است. از شکل 6 می‌توان چنین استنباط کرد که با افزایش پارامتر چلانگی، عمق و دامنه چلانگی کوادراتوری کاهش می‌یابد و این مسأله گاهاً به ناپدید شدن چلانگی و به‌دنبال آن عدم بروز رفتار غیرکلاسیکی منجر می‌شود.



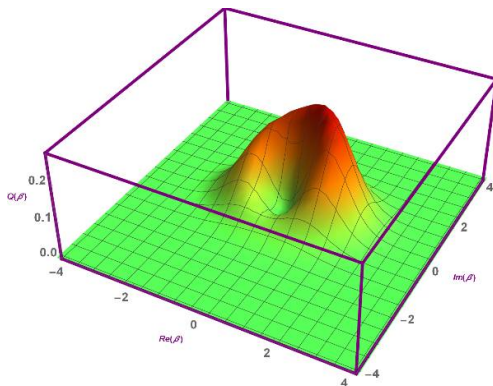
شکل 7. چلانگی برحسب γ به‌ازای $r=0.2, \alpha=5$ و مرتبه‌های مختلف برانگیختگی.

توزیع پواسونی در اثر برانگیختگی در این شکل مشهود است. از مقایسه شکل 9 با شکل 8 می‌توان دریافت افزودن فوتون به حالت‌های کر نقش قابل ملاحظه‌ای در بروز ویژگی غیرکلاسیکی آن‌ها دارد.

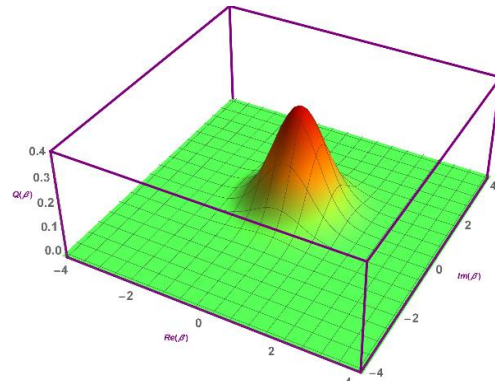


شکل 10. تابع توزیع شبه‌احتمالی Q هوسیمی به‌ازای $m=0$ و $\gamma=0.022, r=0.2, \alpha=0.1+0.5i$

در شکل 10، تابع توزیع هوسیمی در فضای فاز برای حالت کر چلانده رسم شده است و انحراف سطح مقطع تابع توزیع از حالت همدوس به‌حالت بیضوی حالت چلانده را نشان می‌دهد. در مقایسه با شکل 8، انقباض (چلانده‌گی در یک راستا) تابع توزیع هوسیمی در فضای فاز برای حالت کر چلانده در قسمت موهومی اتفاق می‌افتد.

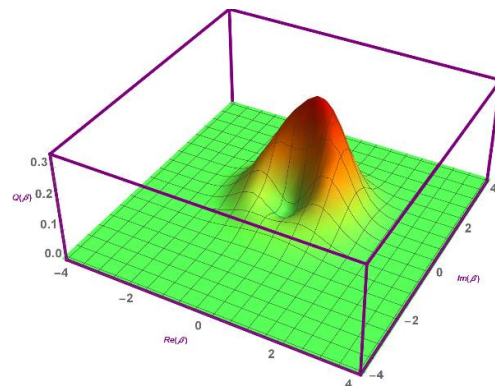


شکل 11. تابع توزیع شبه‌احتمالی Q هوسیمی به‌ازای $m=1$ و $\gamma=0.022, r=0.2, \alpha=0.1+0.5i$



شکل 8. تابع توزیع شبه‌احتمالی Q هوسیمی به‌ازای $m=0$ و $\gamma=0.022, r=0, \alpha=0.1+0.5i$

در شکل 8، تابع توزیع هوسیمی در فضای فاز برای حالت کر رسم شده است و انحراف سطح مقطع تابع توزیع از حالت دایره (حالت همدوس و توزیع پواسونی) به‌حالت بیضوی (حالت چلانده) را نشان می‌دهد [25]. این امر تأییدی برای غیرکلاسیکی بودن حالت سامانه دارد که این مهم از طریق چلانده‌گی نیز محرز شده است.

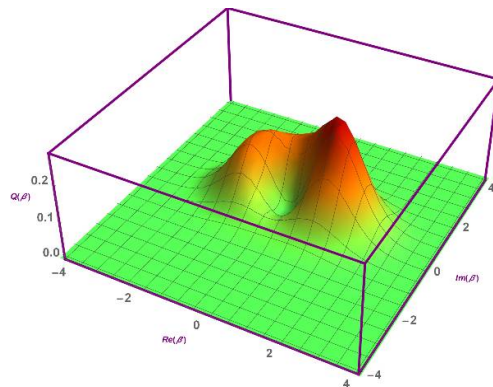


شکل 9. تابع توزیع شبه‌احتمالی Q هوسیمی به‌ازای $m=1$ و $\gamma=0.022, r=0, \alpha=0.1+0.5i$

شکل 9 تابع توزیع هوسیمی را در فضای فاز برای اولین برانگیختگی حالت کر رسم کرده است. ظهور رفتار غیرکلاسیکی با توجه به انحراف تابع توزیع نسبت به

برانگیخته، حالت‌های کر چلانده و حالت‌های کر برانگیخته تبدیل می‌شوند. پس از آن، برخی از ویژگی‌های فیزیکی و غیرکلاسیکی این حالت‌ها را به کمک معیارهایی نظیر میانگین تعداد فوتون‌های میدان، پارامتر مندل، چلانده‌گی کوادراتورهای میدان، و تابع توزیع Q هوسیمی به‌طور عددی مورد بحث و بررسی قرار دادیم. در این میان، تأثیر برانگیختگی، محیط کر و پارامتر چلانده‌گی را بر رفتار معیارهای یادشده مورد مطالعه قرار دادیم. نتایج عددی حاصل از میانگین تعداد فوتون‌ها نشان دادند که نوسان آنها با افزایش پارامتر چلانده‌گی تقویت می‌شود. علاوه بر این، افزودن فوتون به سامانه مورد بررسی باعث افزایش تعداد میانگین فوتون‌ها نسبت به حالت غیربرانگیخته، حالتی که فوتون-افزودگی به سامانه وجود ندارد، می‌شود. در نمودارهای پارامتر مندل، آمار پواسونی و زیرپواسونی به ترتیب برای حالت‌های کر و کر برانگیخته مشاهده شد. بنابراین، تغییر رفتار از کلاسیکی به غیرکلاسیکی به‌واسطه افزایش فوتون به حالت‌های کر است. در حضور پارامتر چلانده‌گی، افزایش مرتبه برانگیختگی می‌تواند غیرکلاسیکی بودن (آمار زیرپواسونی) سامانه را بهبود بخشد. چنین دریافتیم که افزایش پارامتر چلانده‌گی می‌تواند دامنه رفتار غیرکلاسیکی ناشی از پارامتر مندل را کاهش یا افزایش دهد. به‌علاوه، اگرچه حالت‌های کر و حالت‌های کر چلانده هر دو چلانده هستند، اما عمق و دامنه چلانده‌گی حالت‌های کر بیشتر از حالت‌های کر چلانده است. از بررسی چلانده‌گی متناظر با حالت‌های کر چلانده و حالت‌های کر چلانده برانگیخته چنین استنباط شد که تقویت چلانده‌گی میدان در حالت‌های کر چلانده برانگیخته ناشی از برانگیختگی و افزایش فوتون است. به‌عنوان معیاری دیگر در بررسی سامانه حاضر، تابع توزیع هوسیمی را مورد بررسی قرار دادیم. بر این

در شکل 11 تأثیر برانگیختگی بر رفتار تابع توزیع هوسیمی در فضای فاز برای حالت کر چلانده بررسی شده است. در مقایسه با شکل 10 که اثر برانگیختگی نادیده گرفته شده است، شکل 11 نشان می‌دهد که افزایش فوتون تأثیر به‌سزایی در بهبود غیرکلاسیکی بودن سامانه تابشی مورد مطالعه دارد.



شکل 12. تابع توزیع شبه‌احتمالی Q هوسیمی به‌ازای $m=1$ و $\gamma=0.022$ ، $r=0.4$ ، $\alpha=0.1+0.5i$

در شکل 12، تأثیر پارامتر چلانده‌گی بر رفتار تابع توزیع هوسیمی برای حالت‌های کر چلانده برانگیخته مورد بررسی قرار گرفته است. اگر شکل 12 را، که در آن $r=0.4$ است، با شکل 11، که در آن $r=0.2$ است، مقایسه کنیم، علاوه بر تأیید غیرکلاسیکی بودن حالت‌های کر چلانده برانگیخته خواهیم دریافت که با افزایش پارامتر چلانده‌گی، تعداد قله‌های تابع توزیع Q افزایش می‌یابد.

خلاصه و جمع‌بندی

در این مقاله، با در نظر گرفتن حالت‌های کر چلانده و به‌کارگیری ایده فوتون-افزودگی برگرفته از حالت‌های همدوس فوتون-افزوده، حالت‌های کر چلانده برانگیخته را معرفی کردیم. این حالت‌ها در حد $\alpha \rightarrow 0$ ، $m \rightarrow 0$ و $\gamma \rightarrow 0$ به ترتیب به حالت‌های چلانده

[7] L.A. Wu, H.J. Kimble, J.L. Hall, H. Wu, Generation of Squeezed States by Parametric Down Conversion, *Physical Review Letters* **57** 20 (1986) 2520–2523. DOI: [10.1103/PhysRevLett.57.2520](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.57.2520)

[8] R.M. Shelby, M.D. Levenson, S.H. Perlmutter, R.G. Devoe, D.F. Walls, Broad-band parametric deamplification of quantum noise in an optical fiber, *Physical Review Letters* **57** 6 (1986) 691–694. DOI: [10.1103/PhysRevLett.57.691](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.57.691)

[9] A. Lupaşcu, S. Saito, T. Picot, P. De Groot, C. Harmans, J. Mooij, Quantum non-demolition measurement of a superconducting two-level system, *Nature Physics* **3** 2 (2007) 119–123. DOI: [10.1038/nphys509](https://doi.org/10.1038/nphys509)

[10] M. Paternostro, M.S. Kim, B.S. Ham, Generation of entangled coherent states via cross-phase-modulation in a double electromagnetically induced transparency regime, *Physical Review A* **67** 2 (2003) 023811. DOI: [10.1103/PhysRevA.67.023811](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.67.023811)

[11] D. Vitali, M. Fortunato, P. Tombesi, Complete quantum teleportation with a Kerr nonlinearity, *Physical Review Letters*, **85** 2 (2000) 445–448. DOI: [10.1103/PhysRevLett.85.445](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.85.445)

[12] C.C. Gerry, R. Grobe, Statistical properties of squeezed Kerr states, *Physical Review A* **49** 3 (1994) 2033–2039. DOI: [10.1103/PhysRevA.49.2033](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.49.2033)

[13] G.S. Agarwal, K. Tara, Nonclassical properties of states generated by the excitations on a coherent state, *Physical Review A* **43** 1 (1991) 492–497. DOI: [10.1103/PhysRevA.43.492](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.43.492)

[14] A. Zavatta, S. Viciani, M. Bellini, Quantum-to-classical transition with single-photon-added coherent states of light, *Science*, **306** 5696 (2004) 660–662. DOI: [10.1126/science.1103190](https://doi.org/10.1126/science.1103190)

[15] C.K. Hong, L. Mandel, Higher-order squeezing of a quantum field, *Physical Review Letters* **54** 4 (1985) 323–325. DOI: [10.1103/PhysRevLett.54.323](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.54.323)

اساس، انحراف سطح مقطع تابع توزیع Q از حالت دایره (حالت همدوس و توزیع پواسونی) به حالت بیضوی (حالت چلانده) مشاهده شد و این مهم به واسطه حضور پارامتر چلانده و فوتون-افزودگی مشهود بود.

سپاس‌گزاری

نویسندگان بر خود لازم می‌دانند از داوران گرامی به واسطه ارائه نقطه‌نظرها و پیشنهادهای ارزنده، که به‌طور شایسته‌ای سطح کمی و کیفی مقاله را بهبود بخشید، تشکر و قدردانی به‌عمل آورند.

مرجع‌ها

[1] R.W. Boyd, *Nonlinear Optics*, 4th edition, Academic Press, 2020.

[2] M. Hillery, Detection of nonclassical states using a Kerr medium, *Physical Review A* **44** 7 (1991) 4578–4581. DOI: [10.1103/PhysRevA.44.4578](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.44.4578)

[3] A.N. Chaba, M.J. Collett, D.F. Walls, Quantum-nondemolition-measurement scheme using a Kerr medium, *Physical Review A* **46** 3 (1992) 1499–1506. DOI: [10.1103/PhysRevA.46.1499](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.46.1499)

[4] C.C. Gerry, Generation of optical macroscopic quantum superposition states via state reduction with a Mach-Zehnder interferometer containing a Kerr medium, *Physical Review A* **59** 5 (1999) 4095–4098. DOI: [10.1103/PhysRevA.59.4095](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.59.4095)

[5] G.R. Honarasa, M.K. Tavassoly, Generalized deformed Kerr states and their physical properties, *Physica Scripta*, **86** 3 (2003) 35401–35410. DOI: [10.1088/0031-8949/86/03/035401](https://doi.org/10.1088/0031-8949/86/03/035401)

[6] R.E. Slusher, L.W. Hollberg, B. Yurke, J.C. Mertz, J.F. Valley, Observation of Squeezed States Generated by Four-Wave Mixing in an Optical Cavity, *Physical Review Letters* **55** 22 (1986) 2409–2412. DOI: [10.1103/PhysRevLett.55.2409](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.55.2409)

- photon-added thermal states, *Physical Review A* **83** 3 (2011) 032116. DOI: [10.1103/PhysRevA.83.032116](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.83.032116)
- [21] N. Biagi, L.S. Costanzo, M. Bellini, A. Zavatta, Entangling macroscopic light states by delocalized photon addition, *Physical Review Letters* **124** 3 (2020) 033604. DOI: [10.1103/PhysRevLett.124.033604](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.124.033604)
- [22] Z. Ficek, M.R. Wahiddin, *Quantum Optics for Beginners*, 2nd edition, CRC Press. (2014) 350.
- [23] L. Mandel, Sub-Poissonian photon statistics in resonance fluorescence, *Optics Letters* **4** 7 (1979) 205-207. DOI: [10.1364/OL.4.000205](https://doi.org/10.1364/OL.4.000205)
- [24] M.O. Scully, M.S. Zubairy, *Quantum Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, (1997).
- [25] W.P. Schleich, *Quantum Optics in Phase Space*, Wiley, New York, (2001).
- [16] D.K. Mishra, Study of higher order non-classical properties of squeezed Kerr state, *Optics Communications*, **283** 17 (2010) 3284-3290. DOI: [10.1016/j.optcom.2010.04.007](https://doi.org/10.1016/j.optcom.2010.04.007)
- [17] P. Malpani, N. Alam, K. Thapliyal, A. Pathak, V. Narayanan, S. Banerjee, Lower-and higher-order nonclassical properties of photon added and subtracted displaced Fock states, *Annalen der Physik*, **531** 2 (2019) 1800318. DOI: [10.1002/andp.201800318](https://doi.org/10.1002/andp.201800318)
- [18] A. Zavatta, V. Parigi, M. Bellini, Experimental nonclassicality of single-photon-added thermal light states, *Physical Review A* **75** 5 (2007) 052106. DOI: [10.1103/PhysRevA.75.052106](https://doi.org/10.1103/PhysRevA.75.052106)
- [19] V. Parigi, A. Zavatta, M. Bellini, Manipulating thermal light states by the controlled addition and subtraction of single photons, *Laser Physics Letters* **5** 3 (2008) 246-251. DOI: [10.1002/lapl.200710119](https://doi.org/10.1002/lapl.200710119)
- [20] T. Kiesel, W. Vogel, M. Bellini, A. Zavatta, Nonclassicality quasiprobability of single-