

Analytical study of nonlinear dynamics of laser beam interaction with metallic nanoparticle linear array in parallel propagation

Asef Kheirandish, Nasser Sepehri Javan*, Hosein Mohammadzadeh

Faculty of Science, University of Mohaghegh Ardabili, Ardabil, Iran

Received: 26.04.2020 Final revised: 28.06.2020 Accepted: 03.08.2021

Doi link: [10.22055/JRMBS.2021.16980](https://doi.org/10.22055/JRMBS.2021.16980)

Abstract

In this article using a modified Drude model, which includes all dominant electron energy scattering mechanisms and interparticle interactions as well, the relativistic dynamics of a linear chain of spherical nanoparticle interacting with a laser beam propagating parallel to the orientation of nanoparticles array is investigated. In the point-dipole description of nanoparticles, taking into account interaction of two nearest neighbors, analytical solutions are obtained for the momentum equations of conducting electrons of nanoparticles related to the first, second and third harmonics of laser fields. Formulae are simplified for some asymptotic cases. Numerical analysis is carried out for a linear chain including 10 of 10nm radius Au nanoparticles. It is shown that the interparticle separation has a key role in the nonlinear dynamics of the system. Dipole-dipole interaction of nanoparticles causes a blueshift for the main and third harmonics plasmon resonance, whereas it leads to a redshift for the plasmon resonance of the second order longitudinal displacements of nanoparticles. Related to the different orders, linear and nonlinear polarization of each particle is obtained and permittivity, first order and second order susceptibility and linear and nonlinear refractive index of each nanoparticle are analytically obtained which these findings can have direct application in nano-optics and nano-plasmonics.

Keywords: Plasmon, Nonlinear, Nanoparticle, Drude, Laser, Interaction

*Corresponding Author: sepehri_javan@uma.ac.ir; nsj108119@yahoo.com



بررسی تحلیلی دینامیک غیرخطی اندرکنش پرتو لیزری با آرایه خطی از نانوذرات فلزی در انتشار موازی

آصف خیراندیش، ناصر سپهری جوان*، حسین محمدزاده

گروه آموزشی فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه محقق اردبیلی، اردبیل، ایران

دریافت: 1399/02/07 ویرایش نهایی: 1400/04/08 پذیرش: 1400/05/12

Doi link: 10.22055/JRMBS.2021.16980

چکیده

در این مقاله با استفاده از یک مدل درود تعمیم یافته که شامل تمام مکانیزم‌های پراکندگی الکترون و برهم‌کنش بین ذره‌ای می‌باشد، دینامیک نسبی زنجیره‌ای خطی از نانوذرات کروی اندرکنشی با یک باریکه لیزری منتشر شونده به صورت موازی با جهت‌گیری آرایه نانوذرات مورد بررسی قرار می‌گیرد. در توصیف دوقطبی نقطه‌ای از نانوذرات، با در نظر گرفتن اندرکنش دو همسایه نزدیک جواب‌های تحلیلی برای معادلات اندازه حرکت الکترون‌های رسانشی نانوذرات مربوط به هماهنگ‌های اول، دوم و سوم لیزر حاصل شده است. روابط برای برخی حالت‌های حدی ساده شده‌اند. تحلیل عددی برای زنجیره خطی شامل 10 ذره طلا با شعاع 10 نانومتر انجام گرفت. نشان داده شد که فاصله بین ذره‌ای دارای نقش اساسی در دینامیک غیرخطی سیستم است. اندرکنش دوقطبی-دوقطبی نانوذرات سبب انتقال به آبی برای هماهنگ اصلی و سوم تشدید پلاسمون می‌شود ولی این برهم‌کنش منجر به انتقال به قرمز برای تشدید پلاسمون مرتبه دوم مربوط به جابه‌جایی طولی ذرات می‌شود. بر اساس جابه‌جایی‌های مراتب مختلف، قطبش خطی و غیر خطی هر ذره حاصل شده و گذردهی الکتریکی، پذیرفتاری الکتریکی مرتبه اول و دوم و نیز ضریب شکست خطی و غیرخطی هر نانوذره به صورت تحلیلی حاصل شده است که این یافته‌ها می‌تواند کاربرد مستقیم در نانو پلاسمونیک داشته باشد.

کلیدواژه‌گان: پلاسمون، غیرخطی، نانوذره، درود، لیزر، اندرکنش

مقدمه

رامان، فلورسانس و جذب چندفوتونی را بهبود بخشند، زیرا آنها باعث ایجاد پلاسمون سطحی موضعی می‌شوند که نوسانات الکترونی جمعی روی سطح ذرات هستند [13-16]. با تحریک تشدید پلاسمون‌های سطحی، میدان الکترومغناطیسی فرودی به طور قابل ملاحظه‌ای در اطراف نانوذرات فلزی افزایش می‌یابد [17، 18]. این فرآیند می‌تواند در توان‌های آستانه نسبتاً پایین، اثرات

مطالعه اندرکنش نانوذرات فلزی با امواج الکترومغناطیسی در رشته‌های مختلف علوم و فناوری مانند اپتوالکترونیک، علم مواد، بیوفیزیک، اپتیک غیرخطی و غیره بسیار مورد توجه قرار گرفته است [1-12]. نانوذرات فلزی به طور قابل ملاحظه‌ای می‌توانند غیرخطیت پدیده‌های اپتیکی مانند پراکندگی

* نویسنده مسئول: sepehri_javan@uma.ac.ir; nsj108119@yahoo.com

زیادی مبتنی بر اندرکنش غیرخطی امواج الکترومغناطیسی با آرایه خطی یا دو بعدی از نانوذرات فلزی انجام گرفته است. دو رویکرد نظری که در فرمولبندی اندرکنش امواج الکترومغناطیسی با نانوذرات به مراتب زیاد مورد استفاده قرار می‌گیرند، روش تابع گرین [33-35] و دوقطبی-جفت شده [36] هستند که در نهایت روابط به دست آمده باید به صورت عددی حل شوند. در کار قبلی [37]، یک مدل ساده تحلیلی برای اندرکنش میدان‌های لیزر با یک زنجیره خطی از نانوذرات فلزی معرفی کردیم که در آن هر کدام از نانوذرات به عنوان یک دوقطبی الکتریکی نقطه‌ای عمل می‌کردند. در این مدل اندرکنش هر نانوذره با دو همسایه نزدیک توسط میدان‌های دوقطبی-دوقطبی در نظر گرفته می‌شدند. در کار حاضر، با استفاده از چنین مدلی، اندرکنش غیرخطی پرتولیزر که به صورت موازی از میان یک زنجیره خطی از نانوذرات انتشار می‌یابد را به صورت تحلیلی بررسی می‌کنیم. با استفاده از روش اختلالی، جابه‌جایی غیرخطی الکترون‌های نانوذرات تا غیرخطیت سوم دامنه لیزر به صورت تحلیلی استخراج شده است. با حصول دینامیک غیرخطی، برای هر ذره در جایگاه خاص در آرایه، پارامترهای فیزیکی مهمی چون گذردهی الکتریکی و ضریب شکست غیرخطی (غیرخطیت کر¹) حاصل شده است که چنین روابط تحلیلی می‌تواند دارای کاربردهای فراوانی در موضوعات مختلف مرتبط با نانوآپتیک و نانوپلاسمونیک داشته باشد.

اپتیکی غیرخطی مانند تولید هماهنگ‌ها و اثر کر را ایجاد کند، که این اثر به نوبه خود می‌تواند سبب ظهور برخی فرآیندهای غیرخطی مانند ناپایداری مدولاسیون، خود کانونگی، تشکیل سالتون و شفافیت خودالقایی و غیره [19-29] شود.

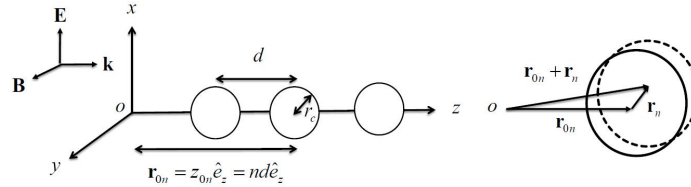
علاوه بر این، انتشار امواج الکترومغناطیسی در محدوده فرکانسی مرئی از میان زنجیره‌ای از نانوذرات فلزی، که ابعاد آن کوچکتر یا قابل مقایسه با طول موج امواج الکترومغناطیسی است، دارای اهمیت اساسی در مسائل کاربردی در حوزه نانو اپتیک است جایی که این مسئله می‌تواند منجر به ساخت ابزارها و مدارهای اپتیکی شود که ابعاد آنها با طول موج فرودی قابل مقایسه است. چنین ابزارهای اپتیکی کوچک را نمی‌توان با تکنیک‌های اپتیکی معمولی که اندازه ادوات موجود به وسیله حد پراش محدود می‌شوند، ساخت. به طور عمده، موجبرهای ناشی از زنجیره‌ای از نانوکره‌های فلزی با فواصل نزدیک به هم و با اندازه‌ای از محدوده نانومتر که یک مرتبه مقداری کوچکتر از طول موج اپتیکی است، برای انتقال انرژی در نانو-اپتیک مناسب هستند [30-32]. در اینجا مکانیسم اساسی که منجر به انتشار امواج الکترومغناطیسی در چنین آرایه‌ای می‌شود، تشدید پلاسمونی یک نانوذره فلزی منفرد است. عملاً تشدید پلاسمونی فقط برای نانوذرات فلزی نجیب و در محدوده فرکانسی که رفتار فلز مانند الکترون-آزاد است، یعنی $\text{Re}\varepsilon(\omega) < 0$ و $\text{Im}\varepsilon(\omega) < -\text{Re}\varepsilon(\omega)$ تعریف شده است، که $\varepsilon(\omega)$ گذردهی مختلط است. مرور مقالات علمی نشان می‌دهد که مطالعات نظری

¹ Kerr nonlinearity

معادلات حرکت

در سیستم تحت اندرکنش با امواج الکترومغناطیسی با فرکانس بالا ساکن هستند و فقط ابرالکترونی کروی هر نانوذره به این فرکانس پاسخ می‌دهد. در حالت تعادل، چگالی ابرالکترونی n_0 ثابت است.

انتشار یک موج الکترومغناطیسی از میان یک آرایه خطی از نانوذرات کروی یکسان با شعاع r_c و فاصله جدایی d را در نظر می‌گیریم. فرض می‌کنیم که یون‌ها



شکل 1. پیکربندی سیستم، جهت‌گیری مختصات سیستم و میدان‌های لیزر برای انتشار موازی.

که $\omega_p = (n_0 e^2 / m \epsilon_0)^{1/2}$ ، \mathbf{v}_n ، γ_n ، m ، e ، \mathbf{r}_n و Γ به ترتیب فرکانس پلاسمایی ابرالکترون، اندازه بار الکترون، جرم الکترون، فاکتور نسبیتی لورنتس، سرعت، جابه‌جایی ابرالکترونی \mathbf{n} امین نانوذره از حالت تعادل و عامل میرایی مربوط به پراکندگی الکترون است. همچنین، $\mathbf{E}(\mathbf{r}_{0n} + \mathbf{r}_n)$ و $\mathbf{B}(\mathbf{r}_{0n} + \mathbf{r}_n)$ نشان دهنده میدان‌های الکترومغناطیسی در محل ابرالکترونی واقع در مکان $\mathbf{r}_{0n} = nd \hat{\mathbf{e}}_z$ است که $\mathbf{r}_{0n} + \mathbf{r}_n$ مکان اولیه در حالت تعادل است (شکل 1 را ببینید). در این رابطه، جمله $-\mathbf{r}_n \omega_p^2 / 3\gamma_n$ مربوط به نیروی بازگرداننده ایجاد شده در اثر جابه‌جایی ابرالکترونی نسبت به یون‌های زمینه است. حال از روش اختلال برای حل معادله حرکت ابرالکترونی استفاده می‌کنیم. در این روش به صورت زیر فرض می‌کنیم که هر پارامتر جمع مرتبه‌های مختلف اختلالی نسبت به دامنه میدان‌های لیزر است:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_n &= \mathbf{r}_n^{(1)} + \mathbf{r}_n^{(2)} + \dots, \\ \gamma_n &= \gamma_n^{(0)} + \gamma_n^{(1)} + \gamma_n^{(2)} + \dots, \end{aligned} \quad 4$$

حال طبق شکل 1، فرض می‌کنیم انتشار لیزر موازی با محور تقارن آرایه نانوذرات است، یعنی $\mathbf{k} = k \hat{\mathbf{e}}_z$ که k عدد موج لیزر است. میدان الکتریکی پرتو لیزر را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\mathbf{E}_L = \frac{1}{2} \hat{E} e^{i(kz - \omega t)} \hat{\mathbf{e}}_x + c.c., \quad 1$$

که \hat{E} و ω به ترتیب دامنه و فرکانس لیزر هستند. با استفاده از معادله فارادی، میدان مغناطیسی لیزر را می‌توان به صورت زیر به دست آورد

$$\mathbf{B}_L = \frac{k}{2\omega} \hat{E} e^{i(kz - \omega t)} \hat{\mathbf{e}}_y + c.c., \quad 2$$

معادله توصیف کننده اندرکنش نسبیتی میدان‌های الکترومغناطیسی لیزر با ابرالکترونی \mathbf{n} امین نانوذره را می‌توان به صورت زیر نوشت [38-40]

$$\begin{aligned} \frac{d^2(\gamma_n \mathbf{r}_n)}{dt^2} + \Gamma \frac{d\mathbf{r}_n}{dt} + \frac{\omega_p^2}{3\gamma_n} \mathbf{r}_n = \\ - \frac{e}{m} [\mathbf{E}(\mathbf{r}_{0n} + \mathbf{r}_n) + \mathbf{v}_n \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_{0n} + \mathbf{r}_n)] \end{aligned} \quad , \quad 3$$

$$\hat{\mathbf{n}}_j^{(0)} = \frac{n-j}{|n-j|} \hat{\mathbf{e}}_z = \begin{cases} -\hat{\mathbf{e}}_z & n < j \\ +\hat{\mathbf{e}}_z & n > j \end{cases} \quad 9$$

همچنین $\mathbf{p}_j^{(1)} = -Z\mathbf{e}\mathbf{r}_j^{(1)}$ گشتاور دوقطبی الکتریکی مرتبه اول نانوذره \mathbf{J} ام ایجاد شده توسط جابه‌جایی مرتبه اول الکترون‌ها در راستای میدان الکتریکی لیزر است، که Z تعداد الکترون‌های رسانش در ابرالکترونی است.

بهرتر است به این نکته اشاره کنیم که برای محاسبه میدان الکتریکی ایجاد شده توسط جابه‌جایی الکترون‌های نانوذرات از حالت تعادل، از رابطه 8 استفاده می‌کنیم که مربوط به میدان الکتریکی دوقطبی نقطه‌ای با صرف نظر کردن از اثرات تابش تأخیری است. این تقریب برای زنجیره‌ای از نانوذرات فلزی که خیلی نزدیک به هم ($d \ll \lambda$) هستند بیشتر معتبر است، که اساساً اندرکنش میدان‌های الکترومغناطیسی موضعی بالا در نزدیکی سطح نانوذره با وابستگی فاصله‌ای d^{-3} است [32,41,42]. از لحاظ تجربی، طیف سنجی قطبشی ناحیه دور در آرایه خطی از نانوذرات طلا با فاصله نزدیک به هم، یک وابستگی به فاصله به صورت d^{-3} برای جفت شدگی نانوذرات نشان داده است [30,31].

با در نظر گرفتن رابطه‌های 8 و 9، رابطه 7 را به آسانی می‌توانیم به صورت زیر بنویسیم

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_n^{(1)}}{dt^2} + \Gamma \frac{dx_n^{(1)}}{dt} + \frac{\omega_p^2}{3} x_n^{(1)} = \\ - \frac{e\hat{E}}{2m} (e^{i(kz_{0n} - \omega t)} + c.c.) \quad 10 \\ - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m d^3} (x_{n+1}^{(1)} + x_{n-1}^{(1)}), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{E} = \mathbf{E}^{(1)} + \mathbf{E}^{(2)} + \dots, \\ \mathbf{B} = \mathbf{B}^{(1)} + \mathbf{B}^{(2)} + \dots, \end{aligned} \quad 5$$

که $\gamma_n^{(0)} = 1$ ، $\mathbf{E}^{(1)} = \mathbf{E}_L$ و $\mathbf{B}^{(1)} = \mathbf{B}_L$ است. با بسط تیلور میدان‌ها نسبت به جابه‌جایی کوچک ابرالکترونی، یعنی \mathbf{r}_n ، می‌توانیم بنویسیم

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(\mathbf{r}_{0n} + \mathbf{r}_n) = \mathbf{E}(\mathbf{r}_{0n}) \\ + \sum_{l=1}^{\infty} (\mathbf{r}_n^{(l)} \cdot \nabla) \mathbf{E}(\mathbf{r}_{0n}) + \dots, \\ \mathbf{B}(\mathbf{r}_{0n} + \mathbf{r}_n) = \mathbf{B}(\mathbf{r}_{0n}) \\ + \sum_{l=1}^{\infty} (\mathbf{r}_n^{(l)} \cdot \nabla) \mathbf{B}(\mathbf{r}_{0n}) + \dots \end{aligned} \quad 6$$

اختلال مرتبه اول

با استفاده از رابطه 3 و در نظر گرفتن روابط 4-6 معادله حرکت مرتبه اول را به صورت زیر می‌توانیم استخراج کنیم

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \mathbf{r}_n^{(1)}}{dt^2} + \Gamma \frac{d\mathbf{r}_n^{(1)}}{dt} + \frac{\omega_p^2}{3\gamma_n} \mathbf{r}_n^{(1)} = \\ - \frac{e}{m} \mathbf{E}_L - \frac{e}{m} \sum_{n \neq j}^N \mathbf{E}_j^{(1)}(\mathbf{r}_{0n} + \mathbf{r}_n^{(1)}) \end{aligned} \quad 7$$

که $\mathbf{E}_j^{(1)}$ میدان الکتریکی مرتبه اول ایجاد شده توسط \mathbf{J} امین نانوذره در محل \mathbf{n} امین نانوذره است، که با در نظر گرفتن میدان دو نانوذره همسایه (یعنی $j = n \pm 1$) خواهیم داشت

$$\begin{aligned} \sum_j \mathbf{E}_j^{(1)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \times \\ \sum_{j=n\pm 1} \frac{-\mathbf{p}_j^{(1)} + 3(\mathbf{p}_j^{(1)} \cdot \hat{\mathbf{n}}_j^{(0)}) \hat{\mathbf{n}}_j^{(0)}}{|\mathbf{r}_{0n} - \mathbf{r}_{0j}|^3}, \end{aligned} \quad 8$$

که $\hat{\mathbf{n}}_j^{(0)}$ بردار یکه‌ای است که سمت‌گیری آن از مرکز نانوذره \mathbf{J} ام به سمت مرکز نانوذره \mathbf{n} ام است.

با فرض جوابی به فرم $\tilde{x}_n^{(1)} = S^n$ و قرار دادن در رابطه 17، رابطه زیر برای جواب قسمت همگن استخراج می‌شود

$$\tilde{x}_n^{(1)} \Big|_{\text{homogeneous}} = b_1 S_1^n + b_2 S_2^n, \quad 18$$

که

$$S_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4a_{+1}a_{-1}}}{2a_{+1}}, \quad 19$$

جواب خصوصی رابطه 12 ثابتی است که بعد از جاگذاری می‌توانیم به صورت زیر به دست آوریم

$$\tilde{x}_n^{(1)} \Big|_{\text{particular}} = b_{0x} = \frac{x_0}{1 - a_{+1} - a_{-1}}, \quad 20$$

با ترکیب جواب‌های همگن و خصوصی برای جابه‌جایی مرتبه اول جوابی به صورت زیر به دست می‌آوریم

$$x_n^{(1)} = \frac{1}{2}(b_1 S_1^n + b_2 S_2^n + b_{0x}) e^{i(kz_{0n} - \omega t)} + c.c., \quad 21$$

که b_1 و b_2 ثابت هستند. با اعمال شرایط مرزی، یعنی روابط 15 و 16، به روابط جبری زیر خواهیم رسید

$$(S_1 - a_{+1} S_1^2) b_1 + (S_2 - a_{+1} S_2^2) b_2 + (b_{0x} - a_{+1} b_{0x} - x_0) = 0, \quad 22$$

$$(S_1^N - a_{-1} S_1^{N-1}) b_1 + (S_2^N - a_{-1} S_2^{N-1}) b_2 + (b_{0x} - a_{-1} b_{0x} - x_0) = 0 \quad 23$$

که با حل این روابط b_1 و b_2 برابر خواهند شد

$$b_1 = \frac{S_2^{N-2}(S_2 - a_{-1})[x_0 + (a_{+1} - 1)b_{0x}] + (a_{+1} S_2 - 1)[x_0 + (a_{-1} - 1)b_{0x}]}{S_1 S_2^{N-2}(a_{+1} S_1 - 1)(a_{-1} - S_2) + S_1^{N-1}(a_{+1} S_2 - 1)(S_1 - a_{-1})}, \quad 24$$

که $z_{0n} = nd$ است. برای حل رابطه 10، جوابی به شکل زیر در نظر می‌گیریم

$$x_n^{(1)} = \frac{1}{2} \tilde{x}_n^{(1)} e^{i(kz_{0n} - \omega t)} + c.c., \quad 11$$

که منجر به رابطه بازگشتی زیر برای دامنه جابه‌جایی مرتبه اول ابرالکترونی نانوذرات می‌شود

$$\tilde{x}_n^{(1)} = x_0 + a_{+1} \tilde{x}_{n+1}^{(1)} + a_{-1} \tilde{x}_{n-1}^{(1)}, \quad n \neq 1, N, \quad 12$$

که

$$x_0 = \frac{e \hat{E}}{m(\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)}, \quad 13$$

$$a_{+1} = \frac{\hat{E}_d}{\hat{E}} e^{ikd}, \quad a_{-1} = \frac{\hat{E}_d}{\hat{E}} e^{-ikd}, \quad 14$$

$$\hat{E}_d = \frac{Zex_0}{4\pi\epsilon_0 d^3},$$

با در نظر گرفتن فقط یک همسایه برای نانوذرات اول و آخر، شرط مرزی زیر را خواهیم داشت

$$\tilde{x}_1^{(1)} = x_0 + a_{+1} \tilde{x}_2^{(1)}, \quad 15$$

$$\tilde{x}_N^{(1)} = x_0 + a_{-1} \tilde{x}_{N-1}^{(1)}, \quad 16$$

برای حل رابطه 12، ابتدا رابطه همگن زیر را حل می‌کنیم و آن را به جواب خصوصی اضافه می‌کنیم

$$\tilde{x}_n^{(1)} = a_{+1} \tilde{x}_{n+1}^{(1)} + a_{-1} \tilde{x}_{n-1}^{(1)}, \quad 17$$

$$b_2 = \frac{S_1^{N-2}(S_1 - a_{-1})[x_0 + (a_{+1} - 1)b_{0x}] + (a_{+1}S_1 - 1)[x_0 + (a_{-1} - 1)b_{0x}]}{S_1^{N-2}S_2(a_{+1}S_2 - 1)(a_{-1} - S_1) + S_2^{N-1}(a_{+1}S_1 - 1)(S_2 - a_{-1})}, \quad 25$$

می‌بینیم پارامترهای $|a_{\pm 1}|$ که فقط به فرکانس لیزر وابسته است، برای تمام ناحیه‌های فرکانسی بسیار کوچک‌تر از واحد است و در روابط 19 و 20، می‌توانیم $S_{1,2}$ و b_{0x} را نسبت به این پارامترهای کوچک بسط دهیم. برای این هدف، ابتدا فرض می‌کنیم که $\varepsilon = \hat{E}_d / \hat{E}$ است و روابط را برحسب ε بسط می‌دهیم و تا غیرخطیت مرتبه دوم ε را نگه می‌داریم. در این صورت خواهیم داشت

$$S_1 \approx \left(\frac{1}{\varepsilon} - \varepsilon\right)e^{-ikd}, \quad S_2 \approx \varepsilon e^{-ikd},$$

$$b_0 = x_0(1 + \varepsilon e^{ikd} + \varepsilon^{-ikd} + \varepsilon^2 e^{2ikd} + \varepsilon^2 e^{-2ikd} + 2\varepsilon^2), \quad 26$$

توجه شود که جمله‌های مرتبه دوم S_1 و S_2 صفر هستند. با استفاده از روابط ساده شده بالا در روابط 24 و 25 به روابط تقریبی زیر می‌رسیم

$$b_1 = -x_0 \varepsilon^{N+1} (\varepsilon e^{2ikd} + \varepsilon + e^{ikd}) e^{ikdN}, \quad 27$$

$$b_2 = -x_0 (\varepsilon e^{ikd} + \varepsilon e^{-ikd} + 1), \quad 28$$

استفاده از روابط 27 و 28 در رابطه 21 منجر به جابه‌جایی مرتبه اول ساده شده زیر می‌شود

تقارن در روابط 24 و 25 مشهود است و با تعویض S_1 و S_2 ، ثابت b_1 به b_2 تغییر می‌یابد.

جا دارد اشاره کنیم که برای شدت لیزر نسبی ضعیف، رابطه بالا را می‌توانیم ساده کنیم. به منظور این که یک ارزیابی درباره پارامترها داشته باشیم، شدت لیزر را $I_L = 10^{14} \text{ W/cm}^2$ ، نانوذرات طلا با شعاع $r_c = 10 \text{ nm}$ ، فاصله جدایی $d = 40 \text{ nm}$ و فرکانس تشدید پلاسمونی برای لیزر را $\omega = \omega_p / \sqrt{3}$ در نظر می‌گیریم. در این مورد داریم $\hat{E} = 2.74 \times 10^{10} \text{ V/m}$ ، $|x_0| = 0.188 \text{ nm}$ ، $|\hat{E}_d| = 1.04 \times 10^9 \text{ V/m}$ ، و $|a_{\pm 1}| = 0.038$. با کاهش فرکانس لیزر به مقدار خیلی کم $\omega = 0.01 \omega_p / \sqrt{3}$ ، تغییر پارامترها به صورت $|x_0| = 0.07 \text{ nm}$ ، $|\hat{E}_d| = 4.29 \times 10^8 \text{ V/m}$ و $|a_{\pm 1}| = 0.015$ خواهد بود. برای مقدار بالای فرکانس لیزر $\omega = 10 \omega_p / \sqrt{3}$ ، مقدار پارامترها را به صورت $|x_0| = 1.9 \times 10^{-4} \text{ nm}$ ، $|\hat{E}_d| = 1.07 \times 10^6 \text{ V/m}$ و $|a_{\pm 1}| = 0.000039$ خواهیم داشت. همان‌طور که

$$\tilde{x}_n^{(1)} = x_0 \begin{cases} 1 + \varepsilon e^{ikd} + \varepsilon^2 + \varepsilon^2 e^{2ikd}, & n=1 \\ 1 + 2\varepsilon \cos(kd) + 2\varepsilon^2 + \varepsilon^2 e^{2ikd}, & n=2 \\ 1 + 2\varepsilon \cos(kd) + 4\varepsilon^2 \cos^2(kd), & 3 \leq n \leq N-2 \\ 1 + 2\varepsilon \cos(kd) + 2\varepsilon^2 + \varepsilon^2 e^{-2ikd}, & n=N-1 \\ 1 + \varepsilon e^{-ikd} + \varepsilon^2 + \varepsilon^2 e^{-2ikd}, & n=N \end{cases} \quad 29$$

، جابه‌جایی مرتبه اول به جواب بدیهی $\tilde{x}_n^{(1)} = x_0$ میل می‌کند. در حد خطی نسبت به پارامتر کوچک اندرکنش‌های داخلی، یعنی $\varepsilon^2 \rightarrow 0$ ، روابط 29 را بیشتر می‌توانیم ساده کنیم و روابط زیر را به دست آوریم

$$\tilde{x}_n^{(1)} = x_0 \begin{cases} 1 + \varepsilon e^{ikd}, & n=1 \\ 1 + 2\varepsilon \cos(kd), & 2 \leq n \leq N-1 \\ 1 + \varepsilon e^{-ikd}, & n=N \end{cases} \quad 30$$

برای حالتی که جدایی در مقایسه با طول موج بسیار کوچک است، یعنی $kd \ll 1$ ، رابطه 29 می‌تواند به صورت زیر ساده‌سازی شود

$$\tilde{x}_n^{(1)} = x_0 \begin{cases} 1 + \varepsilon(1 + ikd)(1 + 2\varepsilon), & n=1 \\ 1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2(3 + 2ikd), & n=2 \\ 1 + 2\varepsilon + 4\varepsilon^2, & 3 \leq n \leq N-2 \\ 1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2(3 - 2ikd), & n=N-1 \\ 1 + \varepsilon(1 - ikd)(1 + 2\varepsilon), & n=N \end{cases} \quad 31$$

در نتیجه خواهیم داشت

$$\varepsilon_p = (n^{(0)})^2 = 1 + \chi^{(1)} = 1 - \frac{\omega_p^2 [1 + 2\varepsilon \cos(kd)]}{\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3}, \quad 33$$

که پارامتر ε_p گذردهی الکتریکی و $n^{(0)}$ ضریب شکست معمولی نانوذره است. در غیاب اندرکنش بین نانوذرات، از جمله $2\varepsilon \cos(kd)$ می‌توانیم صرف نظر کنیم، که در این حالت رابطه 33 به مدل معروف درود تبدیل خواهد شد [38].

اختلال مرتبه دوم

برای جابه‌جایی مرتبه دوم داریم

همان‌طور که می‌بینیم تقارن آینه‌ای در رفتار سیستم وجود دارد و با تعویض k با $-k$ ، یعنی با تغییر راستای انتشار لیزر، جابه‌جایی نانوذرات قرار گرفته در نیمه راست زنجیره به جابه‌جایی نانوذرات نیمه سمت چپ تغییر می‌یابد. در حد غیراندرکنشی وقتی $\varepsilon \rightarrow 0$

برای برقراری ارتباط بین دینامیک الکترون‌ها و پارامترهای اپتیکی که می‌تواند حس کاربردی تری القا کند، گذردهی یک نانوذره منفرد را استخراج می‌کنیم. برای این هدف، در رژیم خطی جابه‌جایی الکترون‌ها را با توجه به سطر دوم رابطه 30 در نظر می‌گیریم. گشتاور

دوقطبی الکتریکی ذره $\mathbf{p}^{(1)} = -Z\mathbf{e}\mathbf{x}^{(1)}$ است، که $Z = n_0 V_p$ و V_p حجم نانوذره است. با تعریف بردار قطبش به صورت چگالی گشتاور دوقطبی به صورت

$$\mathbf{P}^{(1)} = \mathbf{p}^{(1)} / V_p = -n_0 \mathbf{e}\mathbf{x}^{(1)} = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \mathbf{E}$$

پذیرفتاری الکتریکی را به صورت زیر می‌توانیم به دست آوریم

$$\chi^{(1)} = \frac{-\omega_p^2 [1 + 2\varepsilon \cos(kd)]}{\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3}, \quad 32$$

$$c_{+1} = \frac{-Ze^2 \exp(2ikd)}{2\pi\epsilon_0 m d^3 (4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)},$$

$$c_{-1} = \frac{-Ze^2 \exp(-2ikd)}{2\pi\epsilon_0 m d^3 (4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)},$$

40

و

$$z_{0n}^{(2)} = \frac{ke\hat{E}\tilde{x}_n^{(1)}}{2m(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)}. \quad 41$$

با استفاده از رابطه 39 و با در نظر گرفتن فقط یک همسایه برای نانوذره اول و آخر، شرایط مرزی زیر را برای جابه‌جایی مرتبه دوم به دست می‌آوریم

$$\tilde{z}_1^{(2)} = c_{+1}\tilde{z}_2^{(2)} + z_{01}^{(2)}, \quad 42$$

$$\tilde{z}_N^{(2)} = c_{-1}\tilde{z}_{N-1}^{(2)} + z_{0N}^{(2)}, \quad 43$$

ابتدا رابطه همگن زیر را حل می‌کنیم

$$\tilde{z}_n^{(2)} = c_{+1}\tilde{z}_{n+1}^{(2)} + c_{-1}\tilde{z}_{n-1}^{(2)}, \quad 44$$

که برای حل آن، جوابی به شکل زیر را می‌توانیم جاگذاری کنیم

$$z_n^{(2)} = S^m, \quad 45$$

جاگذاری رابطه 45 در رابطه 44 منجر به جواب همگن به صورت زیر می‌شود

$$\tilde{z}_n^{(2)} \Big|_{\text{homogeneous}} = d_1 S_1^m + d_2 S_2^m, \quad 46$$

که

$$S_{1,2}' = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4c_{+1}c_{-1}}}{2c_{+1}}, \quad 47$$

با در نظر گرفتن جمله مرتبه اول $\tilde{x}_n^{(1)}$ ، معادله‌ای به شکل زیر برای جواب خاص رابطه 39 در نظر

می‌گیریم

$$\frac{d^2 \mathbf{r}_n^{(2)}}{dt} + \Gamma \frac{d\mathbf{r}_n^{(2)}}{dt} + \frac{\omega_p^2}{3} \mathbf{r}_n^{(2)} = -\frac{e}{m} \left(\sum_{j=n\pm 1} \mathbf{E}_j^{(2)} + \mathbf{v}_n^{(1)} \times \mathbf{B}^{(1)} \right), \quad 34$$

که جمله مربوط به میدان الکتریکی مرتبه دوم برابر است با

$$\mathbf{E}_j^{(2)} = \mathbf{E}_j^{(2)}(\mathbf{r}_{0n}) + (\mathbf{r}_n^{(1)} \cdot \nabla) \mathbf{E}_j^{(1)}(\mathbf{r}_{0n}), \quad 35$$

جمله اول سمت راست رابطه 35 میدان الکتریکی ایجاد شده توسط دو قطبی الکتریکی مرتبه دوم در راستای Z در مرکز نانوذره است

$$\mathbf{E}_j^{(2)} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-\mathbf{p}_j^{(2)} + 3(\mathbf{p}_j^{(2)} \cdot \hat{\mathbf{n}}_j^{(0)}) \hat{\mathbf{n}}_j^{(0)}}{d^3}, \quad 36$$

همان‌طور که مشاهده می‌کنیم جابه‌جایی مرتبه اول $\mathbf{r}_n^{(1)}$ در راستای x است و موجب می‌شود که جمله دوم رابطه 35 صفر شود. با در نظر گرفتن رابطه بدیهی $(\mathbf{p}_j^{(2)} \cdot \hat{\mathbf{n}}_j^{(0)}) \hat{\mathbf{n}}_j^{(0)} = \mathbf{p}_j^{(2)} \hat{\mathbf{e}}_z$ به صورت زیر تقلیل می‌یابد

$$\frac{d^2 z_n^{(2)}}{dt^2} + \Gamma \frac{dz_n^{(2)}}{dt} + \frac{\omega_p^2}{3} z_n^{(2)} = \frac{Ze^2}{2\pi m \epsilon_0 d^3} (z_{n+1}^{(2)} + z_{n-1}^{(2)}) + \left(\frac{ike\hat{E}}{4m} \tilde{x}_n^{(1)} e^{2i(kz_{n0} - \omega t)} + c.c. \right), \quad 37$$

حال جوابی به فرم زیر را معرفی می‌کنیم

$$z_n^{(2)} = \frac{1}{2i} \tilde{z}_n^{(2)} e^{2i(kz_{n0} - \omega t)} + c.c., \quad 38$$

و در رابطه 37 جاگذاری می‌کنیم که منجر به رابطه زیر می‌شود

$$\tilde{z}_n^{(2)} = c_{+1} \tilde{z}_{n+1}^{(2)} + c_{-1} \tilde{z}_{n-1}^{(2)} + z_{0n}^{(2)}, \quad 39$$

که

در نهایت، رابطه زیر را برای جابه‌جایی مرتبه دوم می‌توانیم بنویسیم

$$z_n^{(2)} = \frac{e^{2i(kz_{0n} - \omega t)}}{2i} (d_1 S_1'^n + d_2 S_2'^n + f_1 S_1^n + f_2 S_2^n + f_3) + c.c., \quad 51$$

که بعد از اعمال شرایط مرزی (یعنی روابط 42 و 43)،

به‌دست خواهیم آورد

$$d_1 = \frac{(S_2'^{N-1} - c_{-1} S_2'^{N-2}) \left\{ \sum_{i=1}^3 f_i S_i (1 - c_{+1} S_i) - z_{01}^{(2)} \right\} - (1 - c_{+1} S_2') \left\{ \sum_{i=1}^3 f_i S_i^N (1 - c_{-1} S_i^{-1}) - z_{0N}^{(2)} \right\}}{S_1'^N (1 - c_{-1} S_1'^{-1})(1 - c_{+1} S_2') - S_1' S_2'^{N-1} (1 - c_{+1} S_1') (1 - c_{-1} S_2'^{-1})}, \quad 52$$

می‌توانیم بنویسیم

$$z_{0n}^{(2)} = \tilde{\xi}_n^{(1)}, \quad 54$$

$$c_{+1} = \beta e^{2ikd}, \quad c_{-1} = \beta e^{-2ikd},$$

محاسبات عددی نشان می‌دهد که β پارامتر کوچکی از مرتبه پارامتر ε است. حال در رابطه 51، بعد از بسط جابه‌جایی مرتبه دوم نسبت به β و نگه داشتن توان دوم β ، می‌توانیم روابط زیر را استخراج کنیم

$$\tilde{z}_n^{(2)} \Big|_{\text{particular}} = f_1 S_1^n + f_2 S_2^n + f_3, \quad 48$$

که بعد از قرار دادن آن در رابطه 39، ثابت‌ها را می‌توانیم به‌صورت زیر به‌دست آوریم

$$f_3 = \frac{ke\hat{E}b_{0x} (1 - c_{+1} - c_{-1})^{-1}}{2m(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)}, \quad 49$$

$$f_{1,2} = \frac{ke\hat{E}b_{1,2} (1 - c_{+1} S_{1,2} - c_{-1} S_{1,2}^{-1})^{-1}}{2m(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)}, \quad 50$$

که برای اختصار، $S_3 = 1$ را تعریف کرده‌ایم و d_2 نیز با تعویض متقابل پارامترهای S_1' و S_2' به همدیگر در رابطه 52 به‌دست می‌آید.

با تعریف پارامترهای بی بعد زیر

$$\xi = \frac{ke\hat{E}}{2m(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)}, \quad 53$$

$$\beta = \frac{-Ze^2}{2\pi\varepsilon_0 m d^3 (4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)},$$

$$\tilde{z}_n^{(2)} = \begin{cases} x_1^{(1)} \xi + x_0 \xi \beta [\varepsilon e^{3ikd} + e^{2ikd} + \beta(1 + e^{4ikd})] & n = 1 \\ x_2^{(1)} \xi + 2x_0 \xi \beta \{ \cos(2kd) + \beta(1 + e^{4ikd}/2) + \varepsilon[\cos(3kd) + \cos(kd)] \} & n = 2 \\ x_n^{(1)} \xi + 2x_0 \xi \beta \{ \cos(2kd) + \beta \cos(4kd) + \beta + \varepsilon[\cos(3kd) + \cos(kd)] \} & 3 \leq n \leq N-2 \\ x_{N-1}^{(1)} \xi + 2x_0 \xi \beta \{ \cos(2kd) + \beta(1 + e^{-4ikd}/2) + \varepsilon[\cos(3kd) + \cos(kd)] \} & n = N-1 \\ x_N^{(1)} \xi + x_0 \xi \beta [\varepsilon e^{-3ikd} + e^{-2ikd} + \beta(1 + e^{-4ikd})] & n = N \end{cases} \quad 55$$

اینجا دوباره، برای فاصله جدایی کوچک ($kd \ll 1$),

روابط 55 را می‌توانیم بیشتر ساده کنیم و به صورت زیر

بنویسیم

$$\tilde{z}_n^{(2)} = \begin{cases} x_1^{(1)} \xi + x_0 \xi \beta [\varepsilon(1 + 3ikd) + (1 + 2ikd)(1 + 2\beta)], & n = 1 \\ x_2^{(1)} \xi + 2x_0 \xi \beta [1 + \beta(1 + 2ikd) + 2\varepsilon], & n = 2 \\ x_n^{(1)} \xi + 2x_0 \xi \beta [1 + 2(\beta + \varepsilon)], & 3 \leq n \leq N - 2 \\ x_{N-1}^{(1)} \xi + 2x_0 \xi \beta [1 + \beta(1 - 2ikd) + 2\varepsilon], & n = N - 1 \\ x_N^{(1)} \xi + x_0 \xi \beta [\varepsilon(1 - 3ikd) + (1 - 2ikd)(1 + 2\beta)], & n = N \end{cases} \quad 56$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\mathbf{v}^{(3)} + \gamma^{(2)} \mathbf{v}^{(1)}] + \frac{\omega_p^2}{3} [\mathbf{r}^{(3)} + (\gamma^{-1})^{(2)} \mathbf{r}^{(1)}] \\ + \Gamma \mathbf{v}^{(3)} = -\frac{e}{m} \left[\sum_{j=n \pm 1} \mathbf{E}_j^{(3)} - (\mathbf{r}^{(2)} \cdot \nabla) \mathbf{E}^{(1)} \right] \quad 58 \\ + \frac{e}{m} \mathbf{v}^{(2)} \times \mathbf{B}^{(1)} \end{aligned}$$

که $\gamma^{(2)} = (v^{(1)} / c)^2 / 2$ و

$$\mathbf{v}^{(2)} \times \mathbf{B}^{(1)} = \frac{\hat{E}k}{2} \tilde{z}_n^{(2)} (e^{3i(kz_{0n} - \omega t)} + e^{i(kz_{0n} - \omega t)}) \hat{\mathbf{e}}_x + c.c., \quad 59$$

$$(\mathbf{r}^{(2)} \cdot \nabla) \mathbf{E}^{(1)} = \frac{\hat{E}k}{4} \tilde{z}_n^{(2)} (e^{3i(kz_{0n} - \omega t)} - e^{i(kz_{0n} - \omega t)}) \hat{\mathbf{e}}_x + c.c., \quad 60$$

همچنین، میدان الکتریکی مرتبه سوم برابر است با

$$\mathbf{E}_j^{(3)} = \mathbf{E}_j^{(3)}(\mathbf{r}_{0n}) + (\mathbf{r}_n^{(1)} \cdot \nabla) \mathbf{E}_j^{(2)}(\mathbf{r}_{0n}) + (\mathbf{r}_n^{(2)} \cdot \nabla) \mathbf{E}_j^{(1)}(\mathbf{r}_{0n}), \quad 61$$

که جمله اول میدان الکتریکی ایجاد شده توسط دوقطبی الکتریکی ناشی از جابه‌جایی مرتبه سوم در مرکز نانوذره است که در راستای x به شکل زیر حاصل می‌شود:

$$\mathbf{E}_j^{(3)} = \frac{Ze}{4\pi\varepsilon_0 d^3} (x_{n+1}^{(3)} + x_{n-1}^{(3)}) \hat{\mathbf{e}}_x, \quad 62$$

جابه‌جایی مرتبه دوم در پدیده‌های کاربردی مثل تولید

هماهنگ دوم [43] بسیار مهم است. در چنین

پدیده‌هایی، ارتباط بین جابه‌جایی الکترون‌ها و اپتیک

غیرخطی کمیت پذیرفتاری مرتبه دوم $\chi^{(2)}$ است که

با رابطه $\mathbf{P}^{(2)} = \varepsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}_L^* \mathbf{E}_L$ تعریف می‌شود. با در

نظر گرفتن جابه‌جایی مرتبه دوم به صورت سطر سوم

رابطه 55 و در نظر گرفتن حد خطی آن نسبت به

پارامترهای کوچک ε و β ، پذیرفتاری مرتبه دوم را

به صورت زیر می‌توانیم استخراج کنیم:

$$\chi^{(2)} = \frac{-\omega_p^2 [1 + 2\varepsilon \cos(kd) + 2\beta \cos(2kd)]}{2m(\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)}.$$

اختلال مرتبه سوم

برای جابه‌جایی مرتبه سوم، با استفاده از رابطه 3

می‌توانیم بنویسیم:

همچنین، جمله دوم در سمت راست رابطه 61 برابر

صفر است و برای جمله سوم داریم:

$$(\mathbf{r}_n^{(2)} \cdot \nabla) \mathbf{E}_j^{(1)}(\mathbf{r}_{0n}) = \frac{kZe\tilde{z}_n^{(2)}}{8\pi\epsilon_0 d^3} \left[(\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)}) e^{3i(kz_{0n} - \omega t)} - (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)})^* e^{i(kz_{0n} - \omega t)} \right] \hat{\mathbf{e}}_x + c.c., \quad 63$$

با در نظر گرفتن روابط 21 و 51، جابه‌جایی مرتبه سوم از رابطه 58 به صورت زیر در می‌آید

$$\begin{aligned} \frac{d^2 x_n^{(3)}}{dt^2} + \Gamma \frac{dx_n^{(3)}}{dt} + \frac{\omega_p^2}{3} x_n^{(3)} + \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 md^3} (x_{n+1}^{(3)} + x_{n-1}^{(3)}) = \\ \left[-\frac{3\omega^4}{16c^2} (\tilde{x}_n^{(1)})^3 - \frac{\omega_p^2}{3} \frac{\omega^2}{16c^2} (\tilde{x}_n^{(1)})^3 - \frac{kZe^2 \tilde{z}_n^{(2)}}{8\pi\epsilon_0 md^3} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)}) - \frac{3e\hat{E}k}{4m} \tilde{z}_n^{(2)} \right] e^{3i(kz_{0n} - \omega t)} \\ + \left[\frac{3\omega^4}{16c^2} |\tilde{x}_n^{(1)}|^2 \tilde{x}_n^{(1)} + \frac{\omega_p^2}{3} \frac{\omega^2}{16c^2} |\tilde{x}_n^{(1)}|^2 \tilde{x}_n^{(1)} + \frac{kZe^2 \tilde{z}_n^{(2)}}{8\pi\epsilon_0 md^3} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)})^* - \frac{e\hat{E}k}{4m} \tilde{z}_n^{(2)} \right] e^{i(kz_{0n} - \omega t)} + c.c. \end{aligned} \quad 64$$

رابطه 64 شامل هماهنگ‌های اول و سوم لیزر است، پس

جوابی به شکل زیر را معرفی می‌کنیم

$$\begin{aligned} g_{0n}^{(3)} = \frac{-\omega^2}{8c^2 \omega_1^2} \left(3\omega^2 + \frac{\omega_p^2}{3} \right) |\tilde{x}_n^{(1)}|^2 \tilde{x}_n^{(1)} \\ + \frac{e\hat{E}k}{2m\omega_1^2} \tilde{z}_n^{(2)} - \frac{kZe^2}{8\pi\epsilon_0 md^3 \omega_1^2} \tilde{z}_n^{(2)} \\ \times (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)})^* \end{aligned} \quad 70$$

$$x_n^{(3)} = x_{n,\omega}^{(3)} + x_{n,3\omega}^{(3)} + c.c., \quad 65$$

که

$$x_{n,\omega}^{(3)} = \frac{1}{2} \tilde{x}_{n,\omega}^{(3)} e^{i(kz_{0n} - \omega t)} + c.c., \quad 66$$

$$x_{n,3\omega}^{(3)} = \frac{1}{2} \tilde{x}_{n,3\omega}^{(3)} e^{3i(kz_{0n} - \omega t)} + c.c.,$$

جاگذاری رابطه 65 در رابطه 64 منجر به روابط زیر

$$\begin{aligned} h_{+1} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 md^3 \omega_3^2} e^{3ikd}, \\ h_{-1} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 md^3 \omega_3^2} e^{-3ikd}, \end{aligned} \quad 71$$

می‌شود

$$\tilde{x}_{n,\omega}^{(3)} = g_{+1} \tilde{x}_{n+1,\omega}^{(3)} + g_{-1} \tilde{x}_{n-1,\omega}^{(3)} + g_{0n}^{(3)}, \quad 67$$

$$\tilde{x}_{n,3\omega}^{(3)} = h_{+1} \tilde{x}_{n+1,3\omega}^{(3)} + h_{-1} \tilde{x}_{n-1,3\omega}^{(3)} + h_{0n}^{(3)}, \quad 68$$

که

$$\begin{aligned} h_{0n}^{(3)} = \frac{\omega^2}{8c^2 \omega_3^2} \left(3\omega^2 + \frac{\omega_p^2}{3} \right) (\tilde{x}_n^{(1)})^3 \\ + \frac{3e\hat{E}k}{2m\omega_3^2} \tilde{z}_n^{(2)} + \frac{Ze^2 k}{4\pi\epsilon_0 md^3 \omega_3^2} \tilde{z}_n^{(2)} \\ \times (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)}) \end{aligned} \quad 72$$

که برای کوتاهی روابط ω_1^2 و ω_3^2 را به صورت زیر تعریف کرده‌ایم.

$$g_{+1} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 md^3 \omega_1^2} e^{ikd}, \quad 69$$

$$g_{-1} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 md^3 \omega_1^2} e^{-ikd},$$

در ناحیه نسبتی ضعیف وقتی ε ، β و χ بسیار کوچکتر از واحد هستند، از جواب‌های تقریبی روابط 29 و 55 در رابطه 84 استفاده می‌کنیم و فقط توان‌های دوم پارامترهای کوچک اشاره شده را نگه می‌داریم. بعد

از جای‌گذاری جواب زیر در رابطه 84

$$\tilde{x}_{n,\omega}^{(3)} = j_1 S_1^{''''} + j_2 S_2^{''''} + j_0, \quad 85$$

و اعمال شرایط مرزی 74 و 75، به دست می‌آوریم

اینجا داریم $g_{-1} = \chi e^{-ikd}$ ، $g_{+1} = \chi e^{ikd}$ و محاسبات نشان می‌دهد که در ناحیه نسبتی ضعیف لیزر، χ یک پارامتر کوچک است. با استفاده از تعاریف 80 تا 83 در رابطه 67، می‌توانیم بنویسیم

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{n,\omega}^{(3)} &= \chi e^{ikd} \tilde{x}_{n+1,\omega}^{(3)} + \chi e^{-ikd} \tilde{x}_{n-1,\omega}^{(3)} \\ &\quad - \frac{\alpha_1}{x_0} |\tilde{x}_n^{(1)}|^2 \tilde{x}_n^{(1)} + \alpha_2 \tilde{z}_n^{(2)} \\ &\quad - \frac{\alpha_3}{x_0} \tilde{z}_n^{(2)} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)})^*, \end{aligned} \quad 84$$

$$j_0 = \left[1 + 2\chi \cos(kd) + 2\chi^2 (\cos(2kd) + 1) \right] \left\{ -\frac{\alpha_1}{x_0^2} |\tilde{x}_n^{(1)}|^2 \tilde{x}_n^{(1)} + \alpha_2 \tilde{z}_n^{(2)} - \frac{\alpha_3}{x_0} \tilde{z}_n^{(2)} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)})^* \right\}, \quad 86$$

$$j_1 = -\chi^{N+1} (\chi e^{2ikd} + \chi + e^{ikd}) \left\{ -\frac{\alpha_1}{x_0^2} |\tilde{x}_n^{(1)}|^2 \tilde{x}_n^{(1)} + \alpha_2 \tilde{z}_n^{(2)} - \frac{\alpha_3}{x_0} \tilde{z}_n^{(2)} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)})^* \right\} e^{ikdN}, \quad 87$$

$$j_2 = -(2\chi \cos(kd) + 1) \left\{ -\frac{\alpha_1}{x_0^2} |\tilde{x}_n^{(1)}|^2 \tilde{x}_n^{(1)} + \alpha_2 \tilde{z}_n^{(2)} - \frac{\alpha_3}{x_0} \tilde{z}_n^{(2)} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)})^* \right\}, \quad 88$$

با استفاده از جواب‌های تقریبی $\tilde{x}_n^{(1)}$ و $\tilde{z}_n^{(2)}$ از روابط 29 و 55 در روابط 88-85 و نگه داشتن فقط توان‌های دوم پارامترهای کوچک ε ، β و χ به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{1,\omega}^{(3)} &= -x_0^* \alpha_1 [1 + 2\varepsilon e^{ikd} + \varepsilon^* e^{-ikd} + \varepsilon^2 (2 + 3e^{2ikd}) + \varepsilon^{*2} (1 + e^{-2ikd}) + 2\varepsilon \varepsilon^*] + \alpha_2 \tilde{z}_1^{(2)} \\ &\quad - x_0^* \xi^* \alpha_3 [1 + \beta e^{2ikd} + 2\varepsilon e^{ikd} \cos(kd) + \beta^2 (1 + e^{4ikd}) + \varepsilon^2 (3e^{2ikd} + 4) + 2\varepsilon \beta \cos(kd) e^{5ikd}]^* \\ &\quad + \chi e^{3ikd} \{-x_0^* \alpha_1 (1 + 2\varepsilon e^{ikd} + \varepsilon^* e^{-ikd}) + x_0 \xi \alpha_2 (1 + \beta e^{2ikd} + \varepsilon e^{ikd}) \\ &\quad - x_0^* \xi^* \alpha_3 [1 + \varepsilon (2e^{ikd} + e^{-ikd}) + \beta e^{2ikd}]^*\} + \chi^2 (e^{6ikd} + 1) (-x_0 \alpha_1 + x_0 \xi \alpha_2 - x_0^* \xi^* \alpha_3) \end{aligned} \quad 89$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{2,\omega}^{(3)} &= -x_0^* \alpha_1 [1 + 4\varepsilon \cos(kd) + 2\varepsilon^* \cos(kd) + \varepsilon^2 (6 + 3e^{2ikd} + e^{-2ikd}) + \varepsilon^{*2} (2 + e^{-2ikd}) \\ &\quad + 4\varepsilon \varepsilon^* (\cos(2kd) + 1)] + \alpha_2 \tilde{z}_2^{(2)} - x_0^* \xi^* \alpha_3 [2 + \varepsilon (4e^{ikd} + 3e^{-ikd}) + 4\beta \cos(2kd) \\ &\quad + \varepsilon^2 (10 + 6e^{2ikd} + 2e^{-2ikd}) + 2\beta^2 (2 + e^{4ikd}) + 6\varepsilon \beta (\cos(3kd) + \cos(kd))]^* \\ &\quad + 2\chi \cos(3kd) \{-x_0^* \alpha_1 [1 + 4\varepsilon \cos(kd) + 2\varepsilon^* \cos(kd)] + x_0 \xi \alpha_2 [1 + 2\beta \cos(2kd) \\ &\quad + 2\varepsilon \cos(kd)] - x_0^* \xi^* \alpha_3 [2 + \varepsilon (4e^{ikd} + 3e^{-ikd}) + 4\beta \cos(2kd)]^*\} + \chi^2 (e^{6ikd} + 2) \\ &\quad \times (-x_0 \alpha_1 + x_0 \xi \alpha_2 - 2x_0^* \xi^* \alpha_3) \end{aligned}, \quad 90$$

برای $2 < n < N - 1$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{n,\omega}^{(3)} = & -x_0^* \alpha_1 [1 + 4\varepsilon \cos(kd) + 2\varepsilon^* \cos(kd) + 2\varepsilon^2 (1 + 3\cos(2kd)) \\ & + 2\varepsilon^{*2} (1 + \cos(2kd)) + 4\varepsilon\varepsilon^* (\cos(2kd) + 1)] + \alpha_2 \tilde{z}_n^{(2)} - x_0^* \xi^* \alpha_3 [2 + 8\varepsilon \cos(kd) \\ & + 4\beta \cos(2kd) + 4\beta^2 (\cos(4kd) + 1) + \varepsilon^2 (10\cos(2kd) + 12) \\ & + 6\varepsilon\beta (\cos(3kd) + \cos(kd))] + 2\chi \cos(3kd) \{-x_0^* \alpha_1 [1 + 4\varepsilon \cos(kd) \\ & + 2\varepsilon^* \cos(kd)] + x_0 \xi \alpha_2 [1 + 2\varepsilon \cos(kd) + 2\beta \cos(2kd)] - x_0^* \xi^* \alpha_3 [2 \\ & + 8\varepsilon \cos(kd) + 4\beta \cos(2kd)]\} + 2\chi^2 (\cos(6kd) + 1) (-x_0 \alpha_1 + x_0 \xi \alpha_2 - 2x_0^* \xi^* \alpha_3) \end{aligned} \quad , \quad 91$$

و نیز برای به دست آوردن $\tilde{x}_{N-1,\omega}^{(3)}$ و $\tilde{x}_{N,\omega}^{(3)}$ کافی است که در روابط $\tilde{x}_{1,\omega}^{(3)}$ و $\tilde{x}_{2,\omega}^{(3)}$ پارامتر k را به $k -$ تبدیل کنیم. حال این رابطه برای حالت تقریبی $kd \ll 1$ به صورت زیر ساده سازی می شود

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{1,\omega}^{(3)} = & -x_0^* \alpha_1 [1 + 2i\varepsilon kd - i\varepsilon^* kd + \varepsilon^2 (2 + 6ikd) + \varepsilon^{*2} (1 - 2ikd) + 2\varepsilon\varepsilon^*] + \alpha_2 \tilde{z}_1^{(2)} \\ & - x_0^* \xi^* \alpha_3 [1 + 2i(\beta + \varepsilon)kd + \beta^2 (1 + 4ikd) + \varepsilon^2 (6ikd + 4) + 10i\varepsilon\beta kd]^* \\ & + 3i\chi kd \{-x_0^* \alpha_1 (1 + 2i\varepsilon kd - i\varepsilon^* kd) + x_0 \xi \alpha_2 (1 + 2i\beta kd + i\varepsilon kd) - x_0^* \xi^* \alpha_3 [1 + i(\varepsilon + 2\beta)kd]^*\} \\ & + \chi^2 (6ikd + 1) (-x_0 \alpha_1 + x_0 \xi \alpha_2 - x_0^* \xi^* \alpha_3) \end{aligned} \quad , \quad 92$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{2,\omega}^{(3)} = & -x_0^* \alpha_1 [1 + 4\varepsilon + 2\varepsilon^* + 2\varepsilon^2 (3 + 2ikd) + 2\varepsilon^{*2} (1 - ikd) + 8\varepsilon\varepsilon^*] + \alpha_2 \tilde{z}_2^{(2)} \\ & - x_0^* \xi^* \alpha_3 [2 + \varepsilon ikd + 4\beta + 2\varepsilon^2 (5 + 4ikd) + 4\beta^2 (1 + 2ikd) + 12\varepsilon\beta]^* \\ & + 2\chi \{-x_0^* \alpha_1 [1 + 2(2\varepsilon + \varepsilon^*)] + x_0 \xi \alpha_2 [1 + 2(\beta + \varepsilon)] - x_0^* \xi^* \alpha_3 [2 + \varepsilon ikd + 4\beta]^*\} \\ & + 2\chi^2 (3ikd + 1) (-x_0 \alpha_1 + x_0 \xi \alpha_2 - 2x_0^* \xi^* \alpha_3) \end{aligned} \quad , \quad 93$$

برای $2 < n < N - 1$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{n,\omega}^{(3)} = & -x_0^* \alpha_1 [1 + 4\varepsilon + 2\varepsilon^* + 8\varepsilon^2 + 2\varepsilon^{*2} (2 + 8\varepsilon\varepsilon^*)] + \alpha_2 \tilde{z}_n^{(2)} - 2x_0^* \xi^* \alpha_3 [1 + 4\varepsilon + 2\beta \\ & + 4\beta^2 + 11\varepsilon^2 + 6\varepsilon\beta] + 2\chi \{-x_0^* \alpha_4 [1 + 4\varepsilon + 2\varepsilon^*] + x_0 \xi \alpha_5 [1 + 2\varepsilon + 2\beta] \\ & - 2x_0^* \xi^* \alpha_6 [1 + 4\varepsilon + 2\beta]\} + 4\chi^2 (-x_0 \alpha_1 + x_0 \xi \alpha_2 - 2x_0^* \xi^* \alpha_3) \end{aligned} \quad . \quad 94$$

$$\alpha_4 = \frac{\omega^2 (3\omega^2 + \omega_p^2 / 3)}{8c^2 (9\omega^2 + 3i\omega\Gamma - \omega_p^2 / 3)} x_0^2, \quad 96$$

$$\alpha_5 = \frac{ke\hat{E}}{m(9\omega^2 + 3i\omega\Gamma - \omega_p^2 / 3)}, \quad 97$$

$$\alpha_6 = \frac{ke\hat{E}_d}{2m(9\omega^2 + 3i\omega\Gamma - \omega_p^2 / 3)}, \quad 98$$

برای استخراج جواب های تقریبی رابطه 68 برای جابه جایی مرتبه سوم هماهنگ سوم، تعاریف زیر را معرفی می کنیم

$$\eta = \frac{Ze^2}{4\pi\varepsilon_0 md^3 (9\omega^2 + 3i\omega\Gamma - \omega_p^2 / 3)}, \quad 95$$

در ناحیه نسبتی ضعیف وقتی ε ، β و η بسیار کوچکتر از یک هستند، از جواب‌های تقریبی معادلات 29 و 55 در رابطه 99 استفاده می‌کنیم و فقط توان‌های دوم پارامترهای اشاره شده را نگه می‌داریم. با روش مشابه روش‌های قبل استفاده شده برای جابه‌جایی مرتبه اول و دوم، جواب زیر را برای رابطه 99 استخراج می‌کنیم

$$\tilde{x}_{n,3\omega}^{(3)} = l_1 S_1^{mn} + l_2 S_2^{mn} + l_0, \quad 100$$

که

$$l_0 = [1 + 2\eta \cos(3kd) + 2\eta^2 (\cos(6kd) + 1)] \left\{ \frac{\alpha_4}{x_0^2} [\tilde{x}_n^{(1)}]^3 + \alpha_5 \tilde{z}_n^{(2)} + \frac{\alpha_6}{x_0} \tilde{z}_n^{(2)} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)}) \right\}, \quad 101$$

$$l_1 = -\eta^{N+1} (\eta e^{6ikd} + \eta + e^{3ikd}) \left\{ \frac{\alpha_4}{x_0^2} [\tilde{x}_n^{(1)}]^3 + \alpha_5 \tilde{z}_n^{(2)} + \frac{\alpha_6}{x_0} \tilde{z}_n^{(2)} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)}) \right\} e^{3ikdN}, \quad 102$$

$$l_2 = -(2\eta \cos(3kd) + 1) \left\{ \frac{\alpha_4}{x_0^2} [\tilde{x}_n^{(1)}]^3 + \alpha_5 \tilde{z}_n^{(2)} + \frac{\alpha_6}{x_0} \tilde{z}_n^{(2)} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)}) \right\}, \quad 103$$

با استفاده از جواب‌های تقریبی $\tilde{x}_n^{(1)}$ و $\tilde{z}_n^{(2)}$ از روابط 29 و 53 در روابط 103-100 و نگه داشتن توان‌های دوم پارامترهای کوچک ε ، β و η به دست می‌آوریم

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{1,3\omega}^{(3)} = & x_0 \alpha_4 [1 + 3\varepsilon e^{ikd} + 3(\varepsilon^2 + 2e^{2ikd})] + \alpha_5 \tilde{z}_1^{(2)} + x_0 \xi \alpha_6 [1 + \beta e^{2ikd} + 2\varepsilon e^{ikd} \cos(kd) \\ & + \beta^2 (1 + e^{4ikd}) + \varepsilon^2 (3e^{2ikd} + 4) + 2\varepsilon \beta \cos(kd) e^{5ikd}] + \eta e^{3ikd} \{ x_0 \alpha_4 (1 + 3\varepsilon e^{ikd}) \\ & + x_0 \xi \alpha_5 (1 + \beta e^{2ikd} + \varepsilon e^{ikd}) + x_0 \xi \alpha_6 [1 + \varepsilon (2e^{ikd} + e^{-ikd}) + \beta e^{2ikd}] \} \\ & + \eta^2 (e^{6ikd} + 1) (x_0 \alpha_4 + x_0 \xi \alpha_5 + x_0 \xi \alpha_6) \end{aligned}, \quad 104$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{2,3\omega}^{(3)} = & x_0 \alpha_4 [1 + 6\varepsilon \cos(kd) + 3\varepsilon^2 (2e^{2ikd} + e^{-2ikd} + 4)] + \alpha_5 \tilde{z}_2^{(2)} + x_0 \xi \alpha_6 [2 + \varepsilon (4e^{ikd} + 3e^{-ikd}) \\ & + 4\beta \cos(2kd) + \varepsilon^2 (10 + 6e^{2ikd} + 2e^{-2ikd}) + 2\beta^2 (2 + e^{4ikd}) + 6\varepsilon \beta (\cos(3kd) + \cos(kd))] \\ & + 2\eta \cos(3kd) \{ x_0 \alpha_4 [1 + 6\varepsilon \cos(kd)] + x_0 \xi \alpha_5 [1 + 2\beta \cos(2kd) + 2\varepsilon \cos(kd)] \\ & + x_0 \xi \alpha_6 [2 + \varepsilon (4e^{ikd} + 3e^{-ikd}) + 4\beta \cos(2kd)] \} + \eta^2 (e^{6ikd} + 2) (x_0 \alpha_4 + x_0 \xi \alpha_5 + 2x_0 \xi \alpha_6) \end{aligned}, \quad 105$$

برای $2 < n < N - 1$

با استفاده از تعاریف بالا، داریم $h_{+1} = \eta e^{3ikd}$ ، $h_{-1} = \eta e^{-3ikd}$ یک پارامتر کوچک است. با استفاده از تعاریف 98-95 در رابطه 68، می‌توانیم آن را به صورت زیر دوباره نویسی کنیم

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{n,3\omega}^{(3)} = & \eta e^{3ikd} \tilde{x}_{n+1,3\omega}^{(3)} + \eta e^{-3ikd} \tilde{x}_{n-1,3\omega}^{(3)} \\ & + \frac{\alpha_4}{x_0} [\tilde{x}_n^{(1)}]^3 + \alpha_5 \tilde{z}_n^{(2)}, \quad 99 \\ & + \frac{\alpha_6}{x_0} \tilde{z}_n^{(2)} (\tilde{x}_{n+1}^{(1)} + \tilde{x}_{n-1}^{(1)}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{n,3\omega}^{(3)} = & x_0 \alpha_4 [1 + 6\varepsilon \cos(kd) + 12\varepsilon^2 (\cos(2kd) + 1)] + \alpha_5 \tilde{z}_n^{(2)} + x_0 \xi \alpha_6 [2 + 8\varepsilon \cos(kd) \\ & + 4\beta \cos(2kd) + 4\beta^2 (\cos(4kd) + 1) + \varepsilon^2 (10 \cos(2kd) + 12) + 6\varepsilon\beta (\cos(3kd) + \cos(kd))] \\ & + 2\eta \cos(3kd) \{x_0 \alpha_4 [1 + 6\varepsilon \cos(kd)] + x_0 \xi \alpha_5 [1 + 2\varepsilon \cos(kd) + 2\beta \cos(2kd)] \\ & + x_0 \xi \alpha_6 [2 + 8\varepsilon \cos(kd) + 4\beta \cos(2kd)]\} + 2\eta^2 (\cos(6kd) + 1) (x_0 \alpha_4 + x_0 \xi \alpha_5 + 2x_0 \xi \alpha_6) \end{aligned}$$

106

و برای به دست آوردن $\tilde{x}_{N-1,3\omega}^{(3)}$ و $\tilde{x}_{N,3\omega}^{(3)}$ باید به ترتیب در $\tilde{x}_{2,3\omega}^{(3)}$ و $\tilde{x}_{1,3\omega}^{(3)}$ پارامتر k را به $-k$ تغییر دهیم.

مهمترین اثر ایجاد شده توسط غیرخطیت مرتبه سوم، اثر کر است. این اثر منبع بسیاری از پدیده‌ها مثل خودکانونگی، تولید هماهنگ سوم و ناپایداری مدولاسیون است. رابطه مهم برای اثر کر $n = n^{(0)} + n^{(2)} \hat{E}^2$ است. اگر فقط اندرکنش‌های خطی جملات ε ، β و χ در رابطه 91 برای جابه‌جایی مرتبه سوم مربوط به هماهنگ اول را در نظر بگیریم، رابطه زیر را برای ضریب شکست مرتبه دوم ذره معمولی خواهد داد

$$\begin{aligned} n^{(2)} = & \frac{e^2 k^2 \omega_p^2}{24m^2 (\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)} \left\{ \frac{-[1 + 2\varepsilon \cos(kd) + 2\beta \cos(2kd) + 2\chi \cos(3kd)]}{(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)} \right. \\ & + \frac{(9\omega^2 + \omega_p^2)[1 + 4\varepsilon \cos(kd) + 2\varepsilon^* \cos(kd) + 2\chi \cos(3kd)]}{12(\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)^2} \\ & \left. + \frac{Ze^2 [2 + 4\varepsilon \cos(kd) + 4\varepsilon^* \cos(kd) + 4\beta^* \cos(2kd) + 4\chi \cos(3kd)]}{4\pi\varepsilon_0 m (\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)} \left(\frac{1}{d^3} + \frac{ik}{d^2} + \frac{k^2}{d} \right) \right\} / 2n^{(0)} \end{aligned}$$

107

بحث عددی

می‌شود. بنابراین تعداد ذرات کم اختیار شده تا دینامیک متفاوت ذرات مختلف مشهود باشد. همان‌طور که قبلاً در رابطه 3 اشاره شد، عامل میرایی می‌تواند به هر فرآیند پراکندگی الکترون وابسته باشد، بنابراین با در نظر گرفتن حرکت الکترون‌ها در باند رسانش نانوذره فلزی، چند نوع مکانیزم اتلافی غالب مانند پراکندگی الکترون-الکترون (Γ_{e-e}) و پراکندگی الکترون-فونون (Γ_{e-ph}) به همراه پراکندگی الکترون‌ها توسط سطح نانوذره (Γ_{surf}) را می‌توانیم در نظر بگیریم. برای محاسبه عامل میرایی Γ_{e-e} که مربوط به برخورد الکترون-الکترون است از رابطه معروف

برای تعیین اثرات فاصله جدایی نانوذرات و فرکانس لیزر روی اندرکنش غیرخطی لیزر با نانوذرات، محاسبات عددی انجام می‌دهیم. برای تمام موارد بررسی شده، 10 نانوذره طلا با چگالی الکترونی $n_0 = 5.9 \times 10^{22} \text{ cm}^{-3}$ و شدت لیزر $I_L = 10^{14} \text{ Wcm}^{-2}$ را در نظر گرفته‌ایم. آزمایش عددی نشان می‌دهد که برای ذرات با تعداد زیاد، عملاً نقاط میانی رفتار مشابهی نشان می‌دهند و گویی که برای آنها طول آرایه نامحدود است که البته نتیجه منطقی می‌باشد. با نزدیک شدن به مرزها تفاوت دینامیک ذرات مشخص

نانوذرات طلا، اندازه مؤثر معمول برای اینکه این اثر را بتوان در نظر گرفت $r_c = 10nm$ است [50]. یک رهیافت معروف برای مطالعه اثر میرایی ناشی از محدودشدگی اندازه نانوذره، در نظر گرفتن پراکندگی الکترون‌های رسانش توسط سطح نانوذره است [51] که چنین عامل میرایی را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\Gamma_{surf} = \frac{Av_f}{r_c}, \quad 110$$

A پارامتر بدون بعدی است که شامل برخی جزئیات از مکانیزم پراکندگی است و مقدار آن برای نانوذره طلا برابر 0.25 است و $v_f = 1.4 \times 10^6 m/s$ سرعت فرمی الکترون‌های رسانش در فلز طلا است [54-52].

حال اثرات پارامترهای هندسی روی رفتار غیرخطی نانوذرات تحت اندرکنش با میدان‌های الکترومغناطیسی را در نظر می‌گیریم. برای تمامی موارد، دمای اتاق را در نظر می‌گیریم ($T = 293K$). به منظور ارزیابی اثر اندرکنش متقابل روی دینامیک غیرخطی زنجیره نانوذرات، ابتدا دامنه‌های جابه‌جایی‌های مرتبه‌های مختلف را برای حالت غیراندرکنشی، یعنی $d \gg r_c$ ، نشان می‌دهیم. با مرور روابط 30، 55، 94-92 و 104-106، می‌توان روابط زیر را برای تقریب ذرات غیراندرکنشی به دست آورد

استخراج شده توسط لارنس و ویلکینز [44-46] استفاده می‌کنیم

$$\Gamma_{e-e} = \frac{\pi^2}{24\hbar E_F} [(k_B T)^2 + (\hbar\omega)^2], \quad 108$$

که $\hbar = h/(2\pi)$ ثابت پلانک، E_F انرژی فرمی، k_B ثابت بولتزمن و T دما است. محاسبات عددی نشان می‌دهد که در دمای اتاق و نزدیک فرکانس پلاسמוنی مؤثر $\omega \approx \omega_p/\sqrt{3}$ ، مقدار Γ_{e-e} برای نانوذرات از مرتبه $10^{15} s^{-1}$ است.

حال برای پراکندگی الکترون-فونون، از رابطه استخراج شده توسط هولشتاین [47،48] استفاده می‌کنیم

$$\Gamma_{e-ph} = \Gamma_0 \left[\frac{2}{5} + \frac{4T^5}{\theta_D^5} \int_0^{\theta_D/T} \frac{z^4}{e^z - 1} dz \right], \quad 109$$

که θ_D دمای دبی و Γ_0 ثابتی است که می‌تواند از برازش گذردهی کپه‌ای در فرکانس‌های زیر آستانه گذار بین ترازوی به دست آید. با استفاده از داده‌های مرجع [49]، محاسبات نشان می‌دهد که در دمای اتاق، پراکندگی الکترون-فونون برای فلزات از مرتبه $10^{13} s^{-1}$ است، که در مقایسه با پراکندگی الکترون-الکترون در فرکانس $\omega \approx \omega_p/\sqrt{3}$ قابل صرف نظر کردن است.

تأیید شده است که اثر پراکندگی سطحی Γ_{surf} فقط برای نانوذرات کوچک بسیار مهم است، که برای

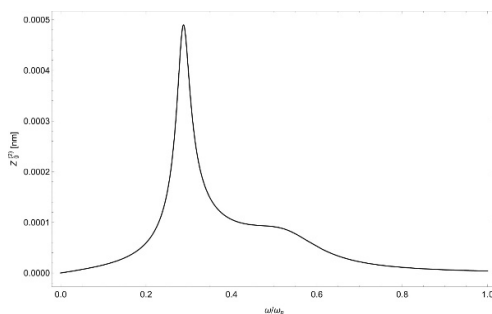
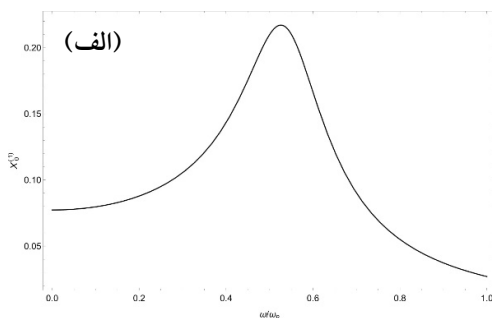
$$\tilde{x}_n^{(1)} = x_0 = \frac{e\hat{E}}{m(\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)},$$

$$\tilde{z}_n^{(2)} = x_0 \xi = \frac{k(e\hat{E})^2}{2m^2(\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)}, \quad 112$$

$$\tilde{x}_{n,3\omega}^{(3)} = x_0 \alpha_1 + x_0 \xi \alpha_2 = \frac{\omega^2 (e\hat{E})^3}{2m^3 c^2 (9\omega^2 + 3i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)(\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)} \times \left\{ \frac{(3\omega^2 + \omega_p^2/3)}{4(\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)^2} + \frac{3}{2(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)} \right\}, \quad 113$$

$$\tilde{x}_{n,\omega}^{(3)} = -x_0^* \alpha_4 + x_0 \xi \alpha_5 = \frac{\omega^2 (e\hat{E})^3}{2m^3 c^2 (\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)^2} \times \left\{ \frac{(3\omega^2 + \omega_p^2/3)}{4|\omega^2 + i\omega\Gamma - \omega_p^2/3|^2} + \frac{1}{2(4\omega^2 + 2i\omega\Gamma - \omega_p^2/3)} \right\}. \quad 114$$

دوم و سوم، یعنی در $\omega, 2\omega, 3\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$ وجود دارد و این بیشینه از مرتبه $10^{-6} nm$ است. شکل 2 نشان دهنده جابه‌جایی مرتبه سوم برای فرکانس پایه لیزر است. یک بیشینه اصلی با مقدار $0.9 \times 10^{-5} nm$ در $\omega / \omega_p \approx 0.54$ برای هماهنگ اول وجود دارد.



(ب)

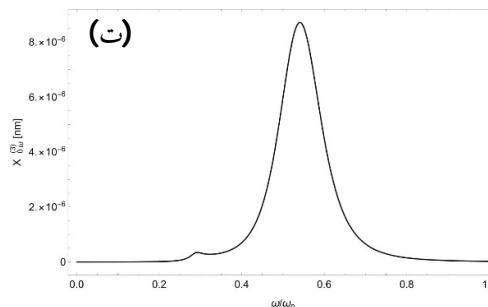
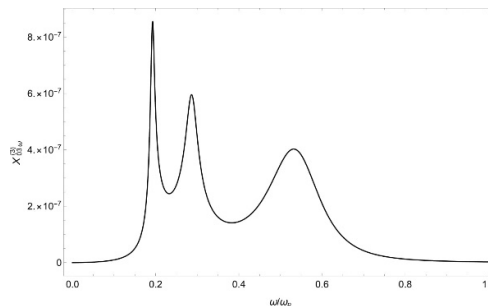
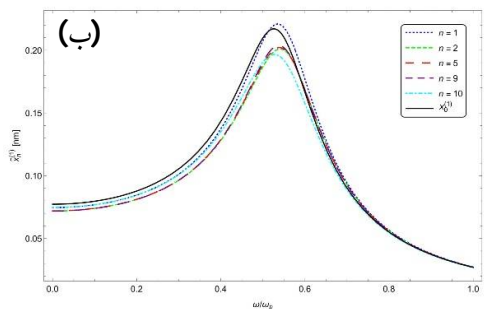
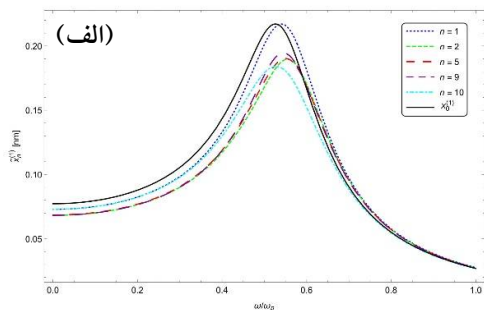
در رژیم غیراندرکنشی، با استفاده از روابط 111-114، تغییرات دامنه مرتبه‌های مختلف جابه‌جایی‌ها برحسب فرکانس بی‌بعد شده با فرکانس پلاسمایی (ω/ω_p) برای یک نانو ذره طلا در شکل 2 رسم شده است. در شکل 2-الف برای جابه‌جایی مرتبه اول، یک بیشینه نزدیک فرکانس پلاسمونی در $x_0|_{\max} \approx 0.218 nm$ وجود دارد. انحراف کم از مقدار فرکانس پلاسمونی، یعنی $\omega/\omega_p = 1/\sqrt{3} \approx 0.577$ ، به دلیل عامل میرایی Γ ظاهر شده در مخرج x_0 است. برای جابه‌جایی مرتبه دوم در شکل 2-ب، تشدید اصلی در فرکانس بی‌بعد $\omega/\omega_p \approx 0.29$ در $4.99 \times 10^{-4} nm$ ظاهر می‌شود، که در آن هماهنگ‌های دوم لیزر در حالت تشدید با نوسانات پلاسمونی است، یعنی $2\omega/\omega_p \approx 1/\sqrt{3}$. همچنین یک بیشینه ضعیف دیگری ($0.9 \times 10^{-4} nm$) در نزدیکی تشدید هماهنگ اول در $\omega/\omega_p \approx 0.5$ وجود دارد. جابه‌جایی مرتبه سوم مربوط به هماهنگ سوم در شکل 2-پ رسم شده است. سه فرکانس تشدید مربوط به هماهنگ‌های اول،

جابه‌جا می‌شود، با این حال مقدار بیشینه آن تقریباً تغییر نیافته باقی می‌ماند. برای نانوذرات دیگر، اندرکنش بین نانوذرات سبب کاهش در دامنه می‌شود و همچنین فرکانس‌های تشدید پلاسمون انتقال به آبی یافته که مقدار جابه‌جایی فرکانس برای آخرین نانوذره کمترین است. مختصات تشدید پلاسمون، یعنی $(\omega/\omega_p, x_n^{(1)})_{\max}$ ، برای نانوذرات $n = 1, 2, 5, 9, 10$ به ترتیب، به صورت زیر است:

$$(0.541, 0.217nm), (0.554, 0.189nm),$$

$$(0.550, 0.190nm), (0.545, 0.194nm),$$

$$(0.529, 0.184nm)$$



شکل 2. تغییرات دامنه جابه‌جایی الف: مرتبه اول، ب: مرتبه دوم هماهنگ سوم پ: مرتبه سوم و ت: مرتبه سوم هماهنگ اول برای نانوذره طلای منفرد.

همچنین اثر تشدید هماهنگ‌های دوم در ناحیه فرکانس $\omega/\omega_p \approx 0.29$ قابل رؤیت است. لازم به ذکر است که چنین جابه‌جایی، منشأ غیرخطیت مرتبه سوم [55] یا همان اثر کر است [56] و در نانوآپتیک به شدت مورد توجه می‌باشد.

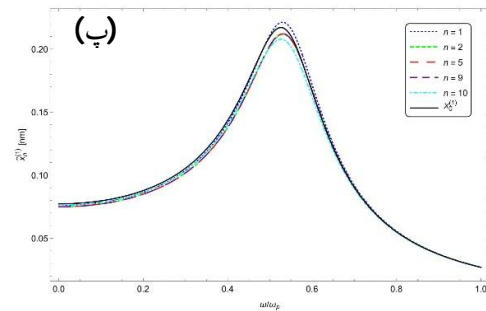
شکل 3 نشان دهنده دامنه جابه‌جایی مرتبه اول نانوذرات نسبت به فرکانس بی‌بعد لیزر برای سه فاصله جدایی مختلف است که شعاع نانوذرات $r_c = 10 \text{ nm}$ و تعداد آنها $N = 10$ است. در هر مورد، دامنه‌های جابه‌جایی پنج نانوذره مشخص رسم شده است. در شکل 3 الف، فاصله جدایی نانوذرات $d = 2.5r_c$ در نظر گرفته شده است. در مقایسه با نانوذرات غیراندرکنشی، برای نانوذره اول، تشدید پلاسمون یک انتقال به آبی را تجربه می‌کند و فرکانس تشدید اندکی به مقادیر بالاتر

(ب)

است. همان‌طور که قابل مشاهده است، اندرکنش دوقطبی-دوقطبی بین نانوذرات اثر زیادی روی جابه‌جایی مرتبه دوم دارد و اختلاف زیادی بین حالت اندرکنشی $d = 2.5r_c$ در شکل 4 الف و حالت غیراندرکنشی در شکل 2 ب وجود دارد. هنگامی که هماهنگ دوم در حالت تشدید با فرکانس پلاسמוنی است، یعنی در $2\omega/\omega_p \approx 1/\sqrt{3}$ ، مجاورت ناحیه فرکانسی که بیشینه دامنه جابه‌جایی مرتبه دوم رخ می‌دهد، نحوه انحراف از حالت غیراندرکنشی برای نانوذرۀ اول و آخر، برعکس حالت مربوط به جابه‌جایی مرتبه اول نشان داده شده در شکل 4 الف است. برای تمام نانوذرات، مکان بیشینه دامنه مربوط به تشدید پلاسمون هماهنگ دوم نسبت به حالت غیراندرکنشی یک انتقال به قرمز را تجربه می‌کنند. در این ناحیه تشدید پلاسمونی، ذره اول کمترین جابه‌جایی مرتبه دوم را دارد و نانوذرۀ ما قبل آخر بیشترین جابه‌جایی مرتبه دوم را دارد. هیچ رویه منظمی برای مکان منحنی‌های نانوذرات مختلف و ترتیب قرارگیری آنها در زنجیره وجود ندارد. اثر تشدید پلاسمون هماهنگ پایه روی جابه‌جایی‌های مرتبه دوم در فرکانس $\omega/\omega_p \approx 0.55$ قابل مشاهده است. مختصات تشدید پلاسمونی، یعنی $(\omega/\omega_p, z_n^{(2)})_{\max}$ ، برای نانوذرات $n = 1, 2, 5, 9, 10$ به ترتیب صورت زیر است:

$$(0.264, 1.95 \times 10^{-4} \text{ nm}), (0.253, 3.07 \times 10^{-4} \text{ nm}), \\ (0.261, 4.75 \times 10^{-4} \text{ nm}), (0.259, 6.80 \times 10^{-4} \text{ nm}), \\ (0.258, 5.36 \times 10^{-4} \text{ nm})$$

در شکل 4 ب و 4 پ فاصله جدایی نانوذرات به ترتیب به $d = 3r_c$ و $d = 4r_c$ افزایش می‌یابد. با افزایش در



شکل 3. تغییرات دامنه جابه‌جایی مرتبه اول برحسب فرکانس بی‌بعد شده با فرکانس پلاسمونی برای نانوذرات مختلف، الف: $d = 2.5r_c$ ، ب: $d = 3r_c$ و پ: مرتبه $d = 4r_c$ وقتی $N = 10$ است.

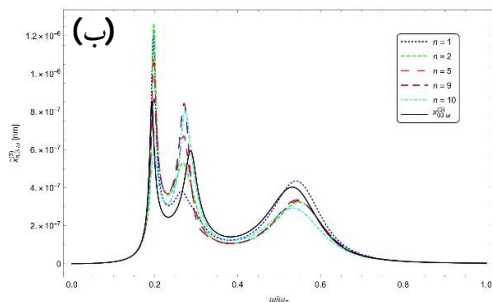
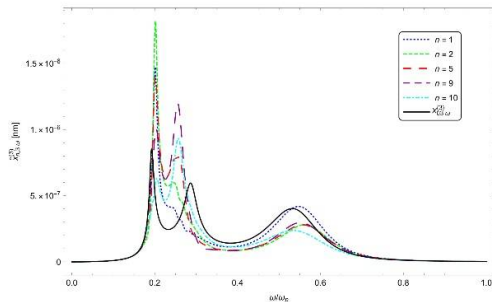
در شکل 3 ب فاصله بین نانوذرات به $d = 3r_c$ افزایش یافته است. در این شکل، همان ترتیب مشابه برای انحراف از حالت غیراندرکنشی برای بیشینه جابه‌جایی مرتبه اول قابل مشاهده است. با این حال، به دلیل کاهش در اندرکنش دوقطبی-دوقطبی نانوذرات، انحراف از حالت غیراندرکنشی برای تمام نانوذرات کاهش می‌یابد. مختصات تشدید پلاسمون برای نانوذرات $n = 1, 2, 5, 9, 10$ به صورت زیر است:

$$(0.535, 0.220 \text{ nm}), (0.542, 0.200 \text{ nm}), \\ (0.538, 0.202 \text{ nm}), (0.537, 0.203 \text{ nm}), \\ (0.527, 0.196 \text{ nm})$$

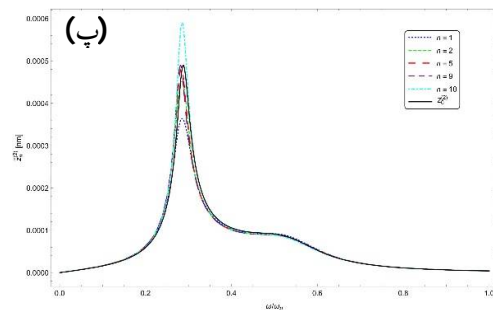
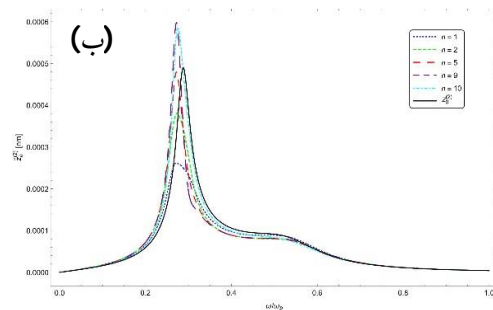
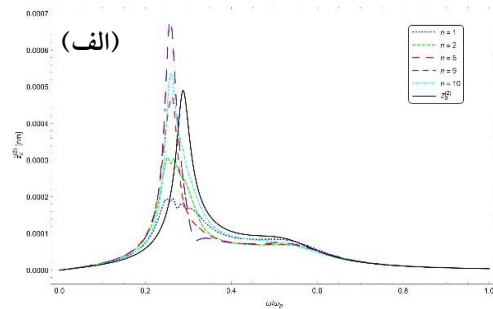
شکل 3 پ نشان دهنده جابه‌جایی مرتبه اول برای نانوذرات با فاصله جدایی $d = 4r_c$ است. مشهود است که به دلیل اندرکنش ضعیف بین نانوذرات، انحراف کمی از حالت غیراندرکنشی حول فرکانس تشدید پلاسمونی وجود دارد، با این حال تفاوت بین نانوذرۀ اول و آخر با نانوذرۀ وسطی هنوز قابل توجه است.

در شکل 4، دامنه جابه‌جایی مرتبه دوم برحسب فرکانس بی‌بعد برای پارامترهای یکسان با شکل 3 رسم شده

تشدید مربوط به هماهنگ اول، دوم و سوم، یعنی $\omega, 2\omega, 3\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$ قابل تشخیص هستند. مؤثرترین اندرکنش بین لیزر و نانوذرات در $3\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$ اتفاق می‌افتد که هماهنگ سوم مد پلاسمونی یک نانوذره منفرد برانگیخته می‌شود. در این ناحیه، نانوذره دوم بیشترین دامنه جابه‌جایی $1.81 \times 10^{-6} \text{ nm}$ در فرکانس بی بعد 0.202 را دارد. برای نانوذره آخر یک دامنه بیشینه کوچک (الف) $0.63 \times 10^{-6} \text{ nm}$ در فرکانس بی بعد 0.205 ظاهر می‌شود. در این ناحیه تشدید و برای تمام نانوذرات، فرکانس پلاسمونی نسبت به ناحیه اندرکنشی یک انتقال به آبی دارد. در ناحیه تشدید دوم، یعنی $2\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$ ، آخرین نانوذره دارای بالاترین بیشینه جابه‌جایی و نانوذره اول دارای کمترین بیشینه جابه‌جایی است. هیچ نظمی بین ترتیب قرار گیری منحنی نانوذرات و مقدار دامنه بیشینه آن‌ها وجود ندارد.

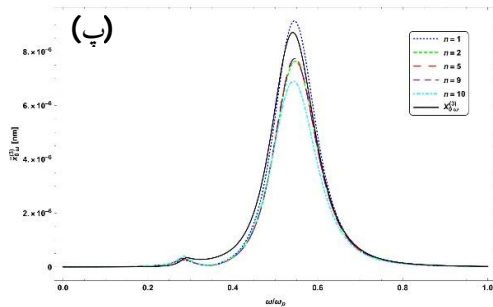


فاصله جدایی، اندرکنش بین نانوذرات ضعیفتر می‌شود و دامنه تمام نانوذرات نزدیک به حالت غیراندرکنشی شکل 2 نزدیک می‌شود.

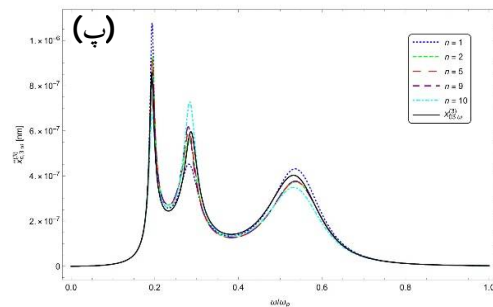


شکل 4: تغییرات دامنه جابه‌جایی مرتبه دوم بر حسب فرکانس بی بعد شده با فرکانس پلاسمونی برای نانوذرات مختلف، (الف) $d = 2.5r_c$ ، (ب) $d = 3r_c$ و (پ) مرتبه $d = 4r_c$ وقتی $N = 10$ است.

شکل 5 نشان دهنده دینامیک غیرخطی نانوذرات برای جابه‌جایی مرتبه سوم مربوط به هماهنگ سوم برای پارامترهای یکسان با شکل قبلی است. در اینجا سه

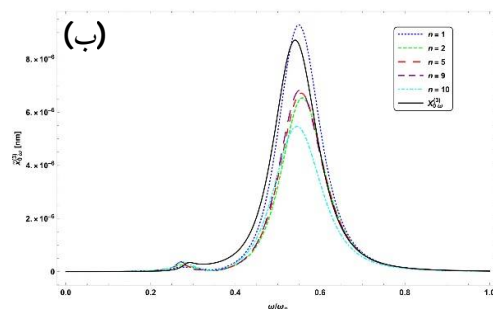
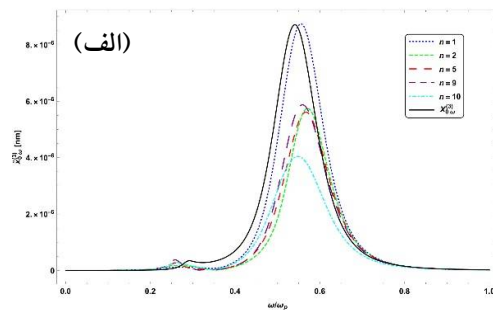


شکل 6. تغییرات دامنه جابه‌جایی مرتبه سوم هماهنگ اول برحسب فرکانس بی‌بعد شده با فرکانس پلاسמוنی برای نانوذرات مختلف، الف: $d = 2.5r_c$ ، ب: $d = 3r_c$ و پ: مرتبه $d = 4r_c$ وقتی $N = 10$ است.



شکل 5. تغییرات دامنه جابه‌جایی مرتبه سوم هماهنگ سوم برحسب فرکانس بی‌بعد شده با فرکانس پلاسمونی برای نانوذرات مختلف، (الف) $d = 2.5r_c$ ، (ب) $d = 3r_c$ و (پ) مرتبه $d = 4r_c$ وقتی $N = 10$ است.

در ناحیه تشدید سوم، یعنی $\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$ دامنه نانوذرات به صورت منظم تغییر می‌یابد، نانوذرات اول و آخر به ترتیب بیشترین و کمترین بیشینه را دارند، و دامنه نانوذرات میانی به مقدار غیراندركنشی شکل 2 پ نزدیک است. برای تمام نانوذرات، فرکانس تشدید پلاسمونی مد پایه نسبت به فرکانس تشدید نانوذره منفرد انتقال به آبی دارند. با افزایش در فاصله نانوذرات در شکل 5 ب و 5 پ، دامنه مرتبه سوم هماهنگ‌های اول برای هر نانوذره با تغییرات فرکانس به آرامی تغییر می‌یابند و به منحنی ناحیه غیراندركنشی شکل 2 پ نزدیک می‌شوند.



در شکل 6، تغییرات دامنه مرتبه سوم هماهنگ‌های اول را نسبت به فرکانس بی‌بعد و با در نظر گرفتن پارامترهای یکسان با شکل‌های قبلی رسم کرده‌ایم. اینجا، تشدید اصلی در $\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$ اتفاق می‌افتد، با این حال یک تشدید ضعیف در $3\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$ وجود دارد. برای نانوذرات با فاصله جدایی کم شکل 6 الف که $d = 2.5r_c$ است، نانوذره اول بیشترین

اندرکنش دوقطبی-دوقطبی نانوذرات منجر به یک انتقال به آبی برای هماهنگ‌های اول و سوم تشدید پلاسمونی می‌شود، در حالی که سبب انتقال به قرمز برای تشدید پلاسمونی جابه‌جایی مرتبه دوم می‌شود. بیشینه دامنه جابه‌جایی مرتبه اول ذرات که تشدید پلاسمون را نشان می‌دهند، برای ذره اول بیشترین مقدار و برای ذره آخر کمترین مقدار را دارد. این جابه‌جایی برای تمام ذرات از مرتبه چند دهم نانومتر است. در مورد ذرات میانی نظم خاصی مشاهده نشد. همچنین برهم‌کنش بین ذرات منجر به انتقال به آبی تشدید پلاسمون در تمام ذرات می‌شود. جابه‌جایی‌های مرتبه دوم که از مرتبه چند هزارم آنگستریم می‌باشد، برای ذرات انتهایی بیشتر از ذرات ابتدایی می‌باشد و قله تشدید پلاسمونی مرتبه دوم در نصف فرکانس اصلی ($2\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$) واقع است. هر چند یک قله فرعی نسبتاً پهن نیز در همان تشدید پلاسمون اولیه ($\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$) مشاهده می‌شود. در مورد جابه‌جایی‌های مرتبه سوم، ذرات ابتدایی بیشتر از ذرات انتهایی جابه‌جا می‌شوند و قله اصلی جابه‌جایی‌ها در فرکانس برابر با $1/3$ تشدید پلاسمون مرتبه اول ($3\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$) مشاهده می‌شود. همچنین قله‌های کوچک مربوط به تشدیدهای پلاسمون مرتبه اول و دوم نیز در بسامدهای ($\omega, 2\omega \approx \omega_p / \sqrt{3}$) مشاهده می‌شوند. جابه‌جایی‌ها از مرتبه 10^{-15} متر می‌باشد.

مرجع‌ها

[1] S.A. Maier, P.G. Kik, H.A. Atwater, S. Meltzer, E. Harel, B.E. Koel, A.A.

دامنه $8.74 \times 10^{-6} \text{ nm}$ را در فرکانس بی‌بعد 0.555 دارد. منحنی نانوذره آخر در کنار منحنی سایر نانوذرات قرار دارد و دارای مقدار بیشینه $4.04 \times 10^{-6} \text{ nm}$ در فرکانس بهنجار 0.548 است. برای نانوذرات دیگر، هیچ نظمی برای مکان منحنی‌ها و تغییرات مقادیر دامنه‌شان حول مقدار غیراندرکنشی وجود ندارد. مانند سایر حالت‌ها، با افزایش مقدار فاصله جدایی نانوذرات، دینامیک نانوذرات مشابه حالت غیراندرکنشی می‌شود.

نتیجه‌گیری

در اینجا دینامیک غیرخطی زنجیره خطی از نانوذرات فلزی کروی را در اندرکنش با میدان لیزر قطبیده خطی که راستای انتشار آن موازی با محور تقارن زنجیره است، مورد بررسی قرار دادیم. در توصیف دوقطبی نقطه‌ای، فقط اندرکنش هر نانوذره با دوانوذره همسایه را در نظر گرفتیم، روابط غیرخطی نسبیتی الکترون‌های رسانش نانوذرات متناظر با غیرخطیت‌های مختلف از دامنه لیزر به دست آمد و به صورت تحلیلی حل گردید. برای برخی ناحیه‌های فرکانسی کاربردی، جابه‌جایی‌های مرتبه اول، دوم و سوم نانوذرات ساده‌سازی شده و برحسب برخی پارامترهای مهم معنی‌دار که نشان‌دهنده مرتبه‌های مختلف از اندرکنش لیزر با نانوذرات است، بیان گردید. با در نظر گرفتن مکانیزم‌های غالب پراکندگی الکترون، دینامیک غیرخطی زنجیره خطی شامل 10 نانوذره طلا با شعاع 10 نانومتر به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفت و اثر فاصله جدایی نانوذرات برای مرتبه‌های مختلف جابه‌جایی الکترون بررسی شد. نشان داده شده است که

- Shape, and Dielectric Environment, *Journal of Physical Chemistry B* **107** (2003) 668-677. <https://doi.org/10.1021/jp026731y>
- [8] K. Li, M.I. Stockman, D. Bergman, Self-Similar Chain of Metal Nanospheres as an Efficient Nanolens, *Physical Review Letters* **91** (2003) 227402. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.91.227402>
- [9] S.Y. Park, D. Stroud, Surface-plasmon dispersion relations in chains of metallic nanoparticles: An exact quasistatic calculation, *Physical Review B* **69** (2004) 125418. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.69.125418>
- [10] D.S. Citrin, Plasmon Polaritons in Finite-Length Metal–Nanoparticle Chains: The Role of Chain Length Unravelling, *Nano Letters* **5** (2005) 985. <https://doi.org/10.1021/nl050513+>
- [11] D.S. Citrin, Coherent Excitation Transport in Metal–Nanoparticle Chains, *Nano Letters* **4** (2004) 1561. <https://doi.org/10.1021/nl049679l>
- [12] G.C. des Francs, C. Girard, O.J.F. Martin, Fluorescence resonant energy transfer in the optical near field, *Physical Review Letters* **67** (2003) 053805. <https://doi.org/10.1103/PhysRevA.67.053805>
- [13] E. Fort, S. Gresillon, Surface enhanced fluorescence, *Journal of Physics D: Applied Physics* **41** (2008) 013001. <https://doi.org/10.1088/0022-3727/41/1/013001>
- [14] P.L. Stiles, J.A. Dieringer, N.C. Shah, R.P. Van Duyne, Surface-enhanced Raman spectroscopy, *Annual Review of Analytical Chemistry* **1** (2008) 601–626.
- Requicha, Local detection of electromagnetic energy transport below the diffraction limit in metal nanoparticle plasmon waveguides, *Nature Materials* **2** (2003) 229-232. <https://doi.org/10.1038/nmat852>
- [2] M. Quinten, A. Lietner, J.R. Krenn, F.R. Aussenegg, Electromagnetic energy transport via linear chains of silver nanoparticles, *Optics Letters* **23** (1998) 1331. <https://doi.org/10.1364/OL.23.001331>
- [3] J.R. Krenn et. al., Squeezing the Optical Near-Field Zone by Plasmon Coupling of Metallic Nanoparticles, *Physical Review B* **82** (1999) 2590. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.82.2590>
- [4] J. Muller et. al., Electrically controlled light scattering with single metal nanoparticles, *Applied Physics Letters* **81** (2002) 171. <https://doi.org/10.1063/1.1491003>
- [5] T. Zentgraf, A. Christ, J. Kuhl, H. Giessen, Tailoring the Ultrafast Dephasing of Quasiparticles in Metallic Photonic Crystals, *Physical Review Letters* **93** (2004) 243901. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.93.243901>
- [6] M.L. Brongersma, J.W. Hartman, H.A. Atwater, Electromagnetic energy transfer and switching in nanoparticle chain arrays below the diffraction limit, *Physical Review B* **62** (2000) R16356. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.62.R16356>
- [7] K.L. Kelly, E. Coronado, L.L. Zhao, G.C. Schatz, The Optical Properties of Metal Nanoparticles: The Influence of Size,

- Physical Review Letters* **104** (2010) 106802. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.104.106802>
- [23] N. Sepehri Javan, Raman parametric excitation effect upon the third harmonic generation by a metallic nanoparticle lattice, *Journal of Applied Physics* **118** (2015) 073104. <https://doi.org/10.1063/1.4928810>
- [24] N. Sepehri Javan, Self-focusing of an intense laser pulse interacting with a periodic lattice of metallic nanoparticle, *Phys. Plasmas* **22** (2015) 093116. <https://doi.org/10.1063/1.4931172>
- [25] N. Sepehri Javan, N. Amjadi, H. Mohammadzadeh, Dielectric coats effect on the third harmonic generation by a metallic nanoparticle lattice exposed to intense laser radiation, *Physics of plasmas* **23** (2016) 123114. <https://doi.org/10.1063/1.4972139>
- [26] N. Sepehri Javan, F. Rouhi Erdi, M. N. Najafi, Magnetic field effect on the self-focusing of an intense laser pulse interacting with a bulk medium of graphite nanoparticles, *Physics of plasmas* **24** (2017) 052301. <https://doi.org/10.1063/1.4981386>
- [27] N.S. Javan, F.R. Erdi, Magnetic Field Effect on Fresnel Coefficients of the Thin Slab of Graphite Nanocomposite, *Plasmonics* **14** (2019) 219. <https://doi.org/10.1007/s11468-018-0795-2>
- [28] N. Sepehri Javan, R. Naderali, M. Hosseinpour Azad, M. Najafi, Theoretical study of artificial Kerr effect on the self-focusing of laser in a dissipative suspension of silver nanoparticles, *Physics of Plasmas* **25** (2018) 082310. <https://doi.org/10.1063/1.5043277>
- [29] N.S. Javan, R. Naderali, M.H. Azad, M. Najafi, Semi-Analytical Solution for Solitary Waves in a Dissipative Suspension <https://doi.org/10.1146/annurev.anchem.1.031207.112814>
- [15] C.K. Chen, T.F. Heinz, D. Ricard, Y.R. Shen, Surface-enhanced second-harmonic generation and Raman scattering, *Physical Review B* **27** (1983) 1965–1979. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.27.1965>
- [16] G.T. Boyd, Z.H. Yu, Y.R. Shen, Photoinduced luminescence from the noble metals and its enhancement on roughened surfaces, *Physical Review B Condens. Matter* **33** (1986) 7923–7936. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.33.7923>
- [17] W.L. Barnes, A. Dereux, T.W. Ebbesen, Surface plasmon subwavelength optics, *Nature* **424** (2003) 824–830. <https://doi.org/10.1038/nature01937>
- [18] S.A. Maier, *Plasmonics: fundamentals and applications*, Springer, (2007).
- [19] F. Hache, D. Ricard, C. Flytzanis, U. Kreibig, The optical Kerr effect in small metal particles and metal colloids: the case of gold, *Applied Physics A: Materials Science and Processing* **47** (1988) 347–357. <https://doi.org/10.1007/BF00615498>
- [20] C.K. Chen, A.R.B. de Castro, Y.R. Shen, Surface-enhanced second-harmonic generation, *Physical Review Letters* **46** (1981) 145–148. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.46.145>
- [21] R. El-Ganainy, D.N. Christodoulides, C. Rotschild, M. Segev, Soliton dynamics and self-induced transparency in nonlinear nanosuspensions, *Optics Express* **15** (2007) 10208. <https://doi.org/10.1364/OE.15.010207>
- [22] F. Ye, D. Mihalache, B. Hu, N.C. Panoiu, Subwavelength Plasmonic Lattice Solitons in Arrays of Metallic Nanowires,

- [37] A. Kheirandish, N. S.Javan, H. Mohammadzadeh, Polarization effect on the nonlinear dynamics of linear chain of interactional metallic nanoparticles exposed on a laser beam: an analytical approach, *Physica Scripta* **93** (2018) 095802. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/aad2ea>
- [38] A. Kheirandish, N. S.Javan, H. Mohammadzadeh, Modified Drude model for small gold nanoparticles surface plasmon resonance based on the role of classical confinement. *Scientific reports* **10** (2020) 1-10. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-63066-9>
- [39] A. Kheirandish, N. S.Javan, H. Mohammadzadeh, Analytical approach to the surface plasmon resonance characteristic of metal nanoparticle dimer in dipole-dipole approximation, *Plasmonics* **15** (2020) 1807-1814. <https://doi.org/10.1007/s11468-020-01198-4>
- [40] A. Kheirandish, N. S.Javan, H. Mohammadzadeh, Second harmonic generation from metal nanoparticle dimer: an analytical approach in dipole approximation, *Physica Scripta* **96** (2020) 025506. <https://doi.org/10.1088/1402-4896/abd27d>
- [41] W.H. Weber, G.W. Ford, Propagation of optical excitations by dipolar interactions in metal nanoparticle chains, *Physical Review B* **70** (2004) 125429. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.70.125429>
- [42] Y.-R. Zhen, K.H. Fung, C.T. Chan, Collective plasmonic modes in two-dimensional periodic arrays of metal nanoparticles, *Physical Review B* **78** (2008) 035419. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.78.035419>
- [30] S.A. Maier, M.L. Brongersma, P.G. Kik, H.A. Atwater, Observation of near-field coupling in metal nanoparticle chains using far-field polarization spectroscopy, *Physical Review B* **65** (2002) 193408. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.65.193408>
- [31] S.A. Maier, P.G. Kik, H.A. Atwater, Observation of coupled plasmon-polariton modes in Au nanoparticle chain waveguides of different lengths: Estimation of waveguide loss, *Applied Physics Letters* **81** (2002) 1714. <https://doi.org/10.1063/1.1503870>
- [32] S.A. Maier, P.G. Kik, H.A. Atwater, Optical pulse propagation in metal nanoparticle chain waveguides, *Physical Review B* **67** (2003) 205402. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.67.205402>
- [33] C.-T. Tai, *Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory*, Intext, Scranton, PA, (1971).
- [34] A.D. Yaghjian, Electric dyadic Green's functions in the source region, *Proc. IEEE* **68** (1980) 248-263. <https://doi.org/10.1109/PROC.1980.11620>
- [35] J. Van Bladel, Some remarks on Green's dyadic for infinite space, *IRE Trans. Antennas Propagat* **9** (1961) 563-566. <https://doi.org/10.1109/TAP.1961.1145064>
- [36] L. Novotny, B. Hecht, D.W. Pohl, Interference of locally excited surface plasmons, *Journal of Applied Physics* **81** (1997) 1798-1806. <https://doi.org/10.1063/1.364036>

- A Wiley-International Publication, New York, USA, (1983).
- [51] L. Genzel, T.P. Martin, U. Kreibig, Dielectric function and plasma resonances of small metal particles, *Zeitschrift für Physik B* **21** (1975) 339–346. <https://doi.org/10.1007/BF01325393>
- [52] E.A. Coronado, G.C. Schatz, Surface plasmon broadening for arbitrary shape nanoparticles: A geometrical probability approach. *Journal of Chemical Physics* **119** (2003) 3926–3934. <https://doi.org/10.1063/1.1587686>
- [53] M. Liu, P. Guyot-Sionnest, Synthesis and optical characterization of Au/Ag core/shell nanorods, *Journal of Physical Chemistry B* **108** (2004) 5882–5888. <https://doi.org/10.1021/jp037644o>
- [54] S. Berciaud, L. Cognet, P. Tamarat, B. Lounis, Observation of intrinsic size effects in the optical response of individual gold nanoparticles, *Nano Letters* **5** (2005) 515–518. <https://doi.org/10.1021/nl050062t>
- [55] M. Dehghanipour, M. Khanzadeh, S. Abotalebi, Enhancement of nonlinear absorption and optical limiting properties of graphene oxide in mixed with Fe₂O₃ nanoparticles, *Journal of Research on Many-body Systems* **8** (2018) 79–87. <https://dx.doi.org/10.22055/jrmb.2018.13943>
- [56] K.H. Bennemann, *Non-linear optics in metals*, Oxford University Press, (1998).
- [43] J.I. Dadap, J. Shan, K.B. Eissenthal, T.F. Heinz, Second-harmonic Rayleigh scattering from a sphere of centrosymmetric material, *Physical Review Letters* **83** (1999) 4045. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.83.4045>
- [44] W.E. Lawrence W.E. Electron-electron scattering in the low-temperature resistivity of the noble metals, *Physical Review B* **13** (1976) 5316–5319. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.13.5316>
- [45] W.E. Lawrence, J.W. Wilkins, Electron-electron scattering in the transport coefficients of simple metals. *Physical Review B* **7** (1973) 2317–2332. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.7.2317>
- [46] A. Alabastri et al., Modeling of plasmonic resonances in metallic nanostructures: Dependence of the non-linear permittivity on system size and temperature. *Materials* **6** (2013) 4879–4910. <https://doi.org/10.3390/ma6114879>
- [47] T. Holstein, Optical and infrared volume absorptivity of metals. *Physical Review* **96** (1954) 535–536. <https://doi.org/10.1103/PhysRev.96.535>
- [48] T. Holstein, Theory of transport phenomena in an electron-phonon gas. *Annals of Physics* **29** (1964) 410–535. [https://doi.org/10.1016/0003-4916\(64\)90008-9](https://doi.org/10.1016/0003-4916(64)90008-9)
- [49] J.A. McKay, A. Rayne, Temperature dependence of the infrared absorptivity of the noble metals. *Physical Review B* **13** (1976) 673–685. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.13.673>
- [50] C. Bohren, D. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*.