

EXTENDED ABSTRACT

Derivation of River's Cross-Section Hydraulic Relationships Using Inverse Modeling

S. Kalami¹, M. Mazaheri^{2*} and J. M. Vali Samani³

1- Graduate Student, Department of Water Structures, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

2* - Corresponding Author, Assistant Professor, Department of Water Structures, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran. (*m.mazaheri@modares.ac.ir*).

3- Professor, Department of Water Structures, Tarbiat Modares University, Tehran, Iran.

Received: 18 December 2016

Revised: 26 April 2017

Accepted: 1 May 2017

Keywords: Saint-Venant equations, River cross-sections, Flow Cross-Sectional area, Wetted perimeter, Flow top width. **DOI:** 10.22055/jise.2017.20269.1471.

Introduction

In this study, a methodology is presented in which hydraulic relationships including mathematical formulas for the variations of the flow area, the wetted perimeter and the flow top width with the depth are computed by inverse solution of the Saint-Venant equations. The main focus is on the comprehensiveness and applicability of the method in practical conditions. Also, one application of the presented method in the case of flood routing is presented.

In the context of river hydraulics, inverse modeling usually refers to the estimation of the Manning roughness coefficient via calibration process or identifying boundary conditions by measuring the flow properties inside the domain i.e. water level or flowrate records (Ding and Wang, 2005, Fread and Smith, 1978, Khatibi et al., 1997, Nguyen and Fenton, 2005). Inverse problems are often inherently ill-posed; and this leads to some difficulties in solving them in comparison with forward problems. Some essential issues must be considered in solving inverse problems including solution existence, solution uniqueness and solution stability (Hansen, 1998). The underlying idea of the present research is to identify the mathematical formulas of geometric-hydraulic relationships for river cross sections. In this case, the unknown parameters are determined in the functional form by inverse solution of the Saint-Venant equations. The proposed model is validated using hypothetical and real test cases; and in each case the actual and identified geometric-hydraulic relationships are compared. Additionally, application of the method is showed for the case of hydraulic flood routing in conditions where no information is available about river cross sections; and water level data records are used instead of river cross sections data.

Methodology

In science and engineering, it is frequently necessary to relate physical parameters characterizing a model to easily measurable data assuming that the fundamental physics of the underlying problem is adequately understood. This can be expressed as:

$$G(m) = d \tag{1}$$

where m is the model parameters vector, d is the data vector and G is the underlying physics operator. According to Equation (1), the forward problem is to find d using given m and the inverse problem is to calculate m using known d (Richard et al., 2004). There are two main approaches for solving the inverse problems including the direct numerical approach and the optimization based iterative approach (Gessese and Sellier, 2012). In this article, the optimization technique is used to solve the inverse problem.

The Forward Model

The governing equations for unsteady flow in one-dimensional open channel flows are the Saint-Venant equations; involving the continuity and the momentum equations. In this research, the well-known Preissmann scheme is used to solve the Saint-Venant equations (Wu, 2008).

The Inverse Model

In this study, the Sequential Quadratic Programming (SQP) method has been used to minimize the objective function. This method is frequently used for constrained nonlinear optimization problems and has a number of advantages over the other solutions

Results and Discussion

The proposed inverse model is validated using two test cases. The first test case is a hypothetical example and the second one is real.

Test Case 1 (Hypothetical River)

This test case is a 5000 m trapezoidal river in which the first half (0 to 2500 m) has the bottom width of 10 m and side slope of 1:1 and the second half (2500 to 5000 m) has the bottom width of 5 m and the same side slope. Figure (1) shows the comparison of the geometric-hydraulic relationships with the actual values for the first reach in Test Case 1.

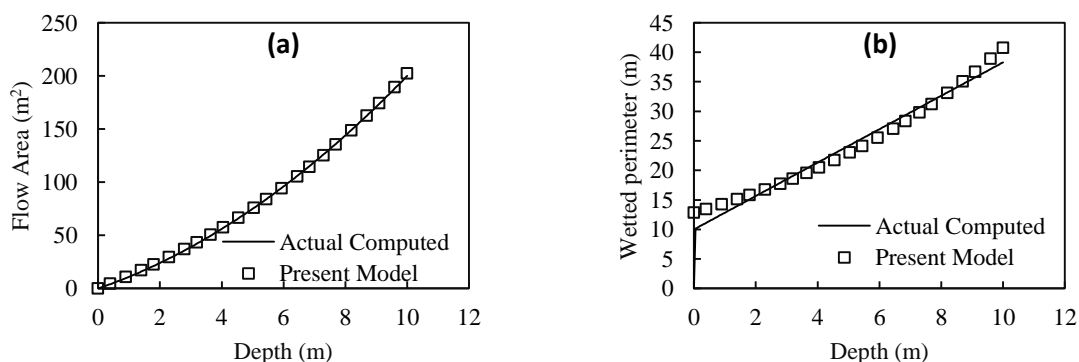


Fig. 1- Comparison of the geometric-hydraulic relationships. (a) Flow Area (b) Wetted perimeter

Test Case 2 (Kootenay River)

Hydraulic relationships of a reach of the Kootenay River have been identified by present model. This river has been selected to evaluate the ability of the presented inverse model in identifying the hydraulic relationships. Figure (2) shows the applicability of the present model in natural river without of river cross sections existence.

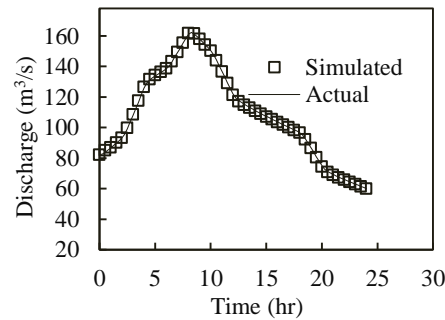


Fig. 2- Application of the presented method, flood routing in 1000 m from the beginning of the river

Conclusions

The key concept of this study is that, in spite of the irregularities in river cross sections, the relationships between the flow area and wetted perimeter variations with depth often follow from relatively smooth functions. These functions can be expressed in terms of exponential type functions with a reasonable accuracy. In fact, by a combination of numerical solution of the Saint-Venant equations and an optimization method, using water level data, the coefficients of the above-mentioned assumed function could be identified. The proposed inverse model only uses water level records as an input rather than both water level and discharge records. The main limitation is that the method is applicable in cross sections with sufficiently slowly varying parameters i.e. the sudden and abrupt change in geometric-hydraulic relationships should not exist.

References

- 1- Ding, Y., & Wang, S. S. 2005. Identification of Manning's roughness coefficients in channel network using adjoint analysis. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 19(1): 3-13.
- 2- Fread, D. L., & Smith, G. F. 1978. Calibration technique for 1-D unsteady flow models. *Journal of the Hydraulics Division*, 104(7): 1027-1044.
- 3- Gessese, A., & Sellier, M. 2012. A direct solution approach to the inverse shallow-water problem. *Mathematical Problems in Engineering*.
- 4- Hansen, P. C. 1998. Rank-deficient and discrete ill-posed problems: *numerical aspects of linear inversion: SIAM*.
- 5- Khatibi, R. H., Williams, J. J., & Wormleaton, P. R. 1997. Identification problem of open-channel friction parameters. *Journal of hydraulic engineering*, 123(12): 1078-1088.
- 6- Nguyen, H., & Fenton, J. 2005. Identification of roughness in compound channels. Paper presented at the MODSIM 2005 international congress on modeling and simulation. *Modeling and Simulation Society of Australia and New Zealand*.
- 7- Richard, C., Borchers, B. & Thurber, C., 2004. *Parameter Estimation and Inverse Problems*. s.l.:Academic Press.
- 8- Wu, W. 2008. *Computational river dynamics (Vol. 78): Taylor & Francis London*.



استخراج روابط هیدرولیکی سطح مقطع رودخانه با استفاده از مدل سازی معکوس

سوده کلامی^۱، مهدی مظاهری^{۲*} و جمال محمودلی سامانی^۳

۱- دانش آموخته کارشناسی ارشد سازه‌های آبی دانشگاه تربیت مدرس تهران.

۲- نویسنده مسئول، استادیار گروه سازه‌های آبی دانشگاه تربیت مدرس تهران. m.mazaheri@modares.ac.ir

۳- استاد گروه سازه‌های آبی دانشگاه تربیت مدرس تهران.

پذیرش: ۱۳۹۶/۲/۱۱

بازنگری: ۱۳۹۶/۲/۶

دریافت: ۱۳۹۵/۹/۲۸

چکیده

هندسه مقاطع رودخانه در تمامی مدل‌های شبیه‌سازی هیدرولیک رودخانه اهمیت اساسی دارد، برداشت داده‌های آن ملزم به انجام عملیات سخت و هزینه‌بر نقشه‌برداری است. هدف از تحقیق حاضر شناسایی روابط هیدرولیکی مساحت سطح مقطع، پیرامون مرطوب و عرض آزاد سطح آب، مستخرج از مقاطع با استفاده از روش مسئله معکوس است. این تحقیق با در نظر گرفتن رودخانه غیرمنشوری و مقاطع نامنظم، ابتدا بازه رودخانه مورد شناسایی را با توجه به تعداد ایستگاه‌های مشاهداتی، به چند زیربازه تقسیم کرده و سپس روابط مذکور را برای هر زیربازه به‌طور جداگانه مورد شناسایی قرار می‌دهد. مدل یک‌بعدی حاکم بر رفتار جریان غیردائمی در رودخانه، معادله‌های سنت-ونانت می‌باشند، که برای نیل به هدف این مقاله، بایستی به‌روش معکوس حل شوند. برای حل این مسئله به داده‌های اندازه‌گیری شده تراز سطح آب، در چندین مکان و زمان، به‌عنوان ورودی به مدل معکوس نیاز است. صحت‌سنجی مدل ارائه شده، با استفاده از دو مثال فرضی و واقعی، به‌منظور مقایسه روابط هیدرولیکی شناسایی شده و میانگین روابط هیدرولیکی حاصل از داده‌های واقعی مقاطع، انجام شد. نتایج حاصل از ارزیابی و شاخص‌های آماری مربوطه توانایی بالای مدل پیشنهادی را تأیید می‌کند.

کلید واژه ها: معادله‌های سنت-ونانت، مقاطع عرضی رودخانه، سطح مقطع جریان، پیرامون مرطوب، عرض سطح آزاد.

مقدمه

یکی از مشخصات اصلی رودخانه، هندسه مقاطع آن است که در طراحی، برنامه‌ریزی، مدیریت و ساماندهی رودخانه، هم‌چنین در سایر مدل‌های هیدرولیکی، هیدرولیک رسوب، انتقال آلاینده و شبیه‌سازی زیستگاه آبزیان اهمیت اساسی دارد. به‌دست آوردن این داده‌ها در محل صورت می‌گیرد که همراه با عملیات نقشه‌برداری خواهد بود. پیشرفت‌های وسیعی در زمینه اندازه‌گیری مقاطع رودخانه با استفاده از علم عمق‌سنجی صورت گرفته، اما صرف زمان و هزینه‌های گزاف این روش با وجود پیشرفت‌های چشمگیر غیرقابل انکار است، بخصوص زمانی که عرض رودخانه وسیع و جنس آن از شن باشد (Westaway et al., 2000). پدیده همیشگی فرسایش و رسوب‌گذاری و به تبع آن تغییرات مقاطع رودخانه، تجدید عملیات نقشه‌برداری را به‌دنبال خواهد داشت، که هزینه‌ها را دو چندان می‌کند. هدف تحقیق پیش‌رو شناسایی روابط هیدرولیکی هندسه مقاطع رودخانه، با استفاده از یک مدل معکوس ریاضی است. پیشرفت‌ها و تحقیقات بسیار زیادی در زمینه مدل‌سازی هیدرولیکی جریان در کانال‌های روباز انجام شده است؛ اما در زمینه شبیه‌سازی هندسی یا تشخیص روابط هیدرولیکی مقاطع رودخانه تحقیقات اندکی وجود دارد (Gessese and

Sellier, 2012). تحقیقات نشان داده‌اند در زمینه تشخیص پارامترهای فیزیکی، دو رویکرد کلی وجود دارد: ۱- روش مستقیم حل عددی ۲- روش‌های بهینه‌سازی که بر مبنای تکرار هستند. روش‌های بر مبنای تکرار و یا بهینه‌سازی شامل دو بخش‌اند، حل مستقیم معادله‌های حاکم بر مسئله و بهینه‌سازی و نانت (Saint-Venant Equations) به‌منظور تشخیص ضریب زبری مانینگ و یا شرط مرزی بالادست رودخانه، توسط افراد زیادی انجام گرفته‌است. Fread and Smith (1978) با تقسیم یک شبکه رودخانه به چندین بازه، ضریب زبری مانینگ را برای هر بازه به‌طور جداگانه شناسایی نمودند. آن‌ها روش نیوتون-رافسون (Newton Gradient Method) را برای تخمین ضریب زبری مانینگ به‌عنوان تابعی از دبی و تراز سطح آب به‌کار بردند (Fread and Smith, 1978). Khatibi et al. (1997) پارامتر ضریب زبری مانینگ را در جریان‌های یک‌بعدی کانال‌های روباز، شناسایی کردند و با استفاده از سه تابع هدف مختلف که بر اساس تغییرات سطح آب بود، مدل را اجرا و در مورد ویژگی‌های هر تابع هدف در سطح خطاهای متفاوت و اثر عدم قطعیت در داده‌های مشاهداتی، بحث کردند (Khatibi et al., 1997).

حل مستقیم معادله‌های سنت-ونانت، به روش چهار نقطه ضمنی پرایزمن (Preissmann) و حل معکوس آن با استفاده از الگوریتم نلدر و دمید (Nelder and Mead Simplex) انجام شده است. ایشان از داده‌های تراز سطح آب و دبی نسبت به زمان، به‌عنوان ورودی به مدل معکوس استفاده کرده است (Abida, Wormleaton و Karmegam 1984) با ارائه یک مدل ریاضی در حالت یک‌بعدی اقدام به شناسایی پارامترهای هندسی و هیدرولیکی رودخانه، به‌صورت روابط ریاضی نمودند. آن‌ها حل مستقیم معادله‌های جریان را به روش اختلاف محدود با الگوی پرایزمن، و حل معکوس را به روش بهینه‌سازی با الگوی نیوتون (Newton) انجام دادند. پارامترهای مورد تشخیص آن‌ها، ضرایب موجود در روابط عمق آب-مساحت سطح مقطع معادله (۳) و عمق آب-ضریب انتقال، معادله (۴) با فرض دوزنقه‌ای بودن شکل مقطع رودخانه بوده است.

$$A = y (B + zy) \quad (۳)$$

$$K = \alpha AR^\beta \quad (۴)$$

Yeh و Becker (1972) و (1973) پارامترهای ضریب زبری و توان شعاع هیدرولیکی را در رابطه مانینگ، با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ضریب تأثیر (Influence Coefficient Algorithm)، در یک و دو بازه از یک رودخانه منشوری با سطح مقطع دوزنقه‌ای، به‌دست آوردند. Gessese و Sellier (2012) به‌هدف شناسایی توپوگرافی کف رودخانه اقدام به حل معکوس معادله‌های ناویر-استوکس در حالت‌های یک و سه‌بعدی نمودند. گسسته‌سازی مدل مستقیم با استفاده از روش اختلاف محدود با الگوی صریح و مدل معکوس به‌روش وان-شات (One-shot) انجام گرفت. در تحقیق‌های اشاره شده، رودخانه کاملاً منشوری فرض شده و یا به‌عبارت ساده‌تر، روابط مورد شناسایی برای کل بازه، ثابت در نظر گرفته شده است. در حالی‌که در طول بازه رودخانه، اشکال مقاطع متفاوتی وجود دارد. پارامترهای مورد تشخیص آن‌ها بسیار کم بوده و اغلب طول بازه بسیار کمی را برای شناسایی انتخاب نموده‌اند. علاوه بر این، پارامترهای مورد تشخیص آنقدر کاربردی نبوده و به‌راحتی می‌توان با روش‌های دیگر آن‌ها را تشخیص داد. شناسایی تمامی پارامترهای هیدرولیکی مستخرج از مقطع، در یک رودخانه کاملاً طبیعی با مقاطع نامنظم و غیر منشوری، با مد نظر قرار دادن جریان غیردائمی نوآوری‌های تحقیق حاضر به‌شمار می‌رود. با توجه به پدیده رسوب و فرسایش در رودخانه و تجدید عملیات سخت و هزینه‌بر برداشت داده‌های مقاطع، روش مذکور می‌تواند بسیار کاربردی و با اهمیت باشد. علاوه بر حذف عملیات نقشه‌برداری، افزایش سرعت حل عددی معادله‌های جریان به‌دلیل روابط ساده هندسی، از جمله مهمترین مزایای این روش محسوب می‌شود.

Fenton و Nguyen (2005) با ترکیب حل مستقیم معادله‌های جریان و الگوریتم بهینه‌سازی پاول (Powell Algorithm)، سعی در حل معکوس معادله‌های سنت-ونانت، به‌هدف به‌دست آوردن ضریب زبری مانینگ در یک کانال مرکب نمودند (Nguyen and Fenton, 2005). Eli et al. (1974) با استفاده از روش چهار نقطه ضمنی در حل مستقیم و ترکیب با یک روش بهینه‌سازی، به حل معکوس معادله‌های سنت-ونانت به‌هدف روندیابی معکوس سیلاب (به‌دست آوردن هیدروگراف ورودی) پرداختند (Eli et al., 1974). Cunge et al. (1980) اظهار داشتند حل معکوس معادله‌های سنت-ونانت با هدف به‌دست آوردن هیدروگراف ورودی به یک مسئله بدخیم ختم می‌شود، لذا با لحاظ فرضیات ساده‌کننده اقدام به حل مسئله نمودند (Cunge et al., 1980). Szymkiewicz (2008) با رد تمام فرضیه‌های ساده‌کننده توسط Cunge et al. (1980) در نظر گرفتن جریان غیرماندگار، هیدروگراف ورودی را با حل معکوس معادله‌های سنت-ونانت، به‌دست آورد. Wu et al. (2009) با ارائه مدل معکوس در حالت‌های یک و دو بعدی، به تخمین شرایط مرزی در یک شبکه از رودخانه پرداختند. مدل هیدرودینامیکی مورد استفاده آن‌ها، در حالت یک‌بعدی حل معادله‌های سنت-ونانت به‌روش ضمنی پرایزمن، و در حالت دوبعدی مدل تلمک (Telemac 2D) بوده است. آن‌ها روش Quadratic Programming را به‌منظور مدل معکوس استفاده نمودند. داده‌های مشاهداتی مدل مذکور پارامتر سرعت در چندین مکان از رودخانه بوده که به‌وسیله ابزار اندازه‌گیری سرعت، برداشت شده است. D'Orla et al. (2014) در یک سیستم رودخانه مرکب با شرایط کاملاً متفاوت در هر شاخه، هیدروگراف ورودی ابتدای بازه رودخانه را با استفاده از روش Bayesian Geostatistical Approach و یک ایستگاه مشاهداتی برداشت داده‌های تراز سطح آب نسبت به زمان، در انتهای بازه، به‌دست آوردند. در زمینه حل معکوس معادله‌های سنت-ونانت به‌منظور تشخیص روابط هیدرولیکی هندسه مقاطع، تحقیقات اندکی وجود دارد، که در ادامه به بیان آن‌ها پرداخته می‌شود. Abida (2009) حل معکوس معادله‌های سنت-ونانت را به‌هدف اخذ ویژگی‌های هندسی و هیدرولیکی در یک کانال مرکب انجام داد. ویژگی‌های مورد نظر ایشان روابط عمق آب-مساحت سطح مقطع معادله (۱) و عمق آب-ضریب انتقال معادله (۲) بوده است.

$$A = ay^b \quad (۱)$$

$$K = cy^d \quad (۲)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA (s_0 - s_f) \quad (7)$$

در این روابط Q : دبی جریان، A : سطح مقطع جریان، g : شتاب ثقل، y : عمق جریان، S_f : شیب خط انرژی، S_0 : شیب کف مجرا، t : زمان، x : فاصله طولی در جهت جریان، می‌باشد (Akan, 2011). معادله‌های دیفرانسیل جزئی هذلولوی معرفی شده، با عنوان معادله‌های جریان‌های غیردائمی متغیر تدریجی به‌سادگی قابل حل نبوده و حل آن‌ها به‌روش تحلیلی به جز در حالت‌های بسیار ساده امکان‌پذیر نیست. حل کامل این معادله‌های بایستی به‌روش‌های عددی انجام گیرد. روش‌های عددی زیادی برای حل این معادله‌های پیشنهاد شده است (Wu, 2008). Price (1974) چهار روش عددی را برای حل این معادله‌های مورد مقایسه قرار داد، ایشان به این نتیجه دست یافت که بهترین روش حل، الگوی ضمنی پرایزمن است. روش پرایزمن از قدیمی‌ترین و در عین حال معروف‌ترین روش‌های ضمنی تفاضل محدود، در حل معادله‌های سنت-ونانت می‌باشد. این الگو دارای دقت مطلوبی بوده و با گام‌های زمانی بزرگ نیز همگرا می‌شود. بر اساس ساختار روش پرایزمن با در نظر گرفتن گام زمانی (Δt) ، گام مکانی (Δx) و ضریب وزنی (θ) مناسب، مدل جریان غیردائمی تدوین می‌شود. ساختار الگوی ضمنی پرایزمن در حالت هندسه منظم مقاطع رودخانه، پیچیده است و در صورتی که برای یک رودخانه واقعی با هندسه مقاطع نامنظم به کار برده شود، به‌مراتب پیچیده‌تر خواهد بود. در این تحقیق، الگوی مذکور برای یک رودخانه واقعی با هندسه نامنظم مقاطع، نوشته شده است.

روابط هیدرولیکی هندسه مقطع رودخانه

شکل (a-1) نمونه‌ای از مقطع یک رودخانه طبیعی را نشان می‌دهد، با زیاد شدن عمق آب در مقطع، طبیعتاً مساحت سطح مقطع و پیرامون مرطوب نیز افزایش می‌یابد. همان‌طور که در شکل (b-1) و (c-1) مشخص است، روند این افزایش از تابع خاصی پیروی می‌نماید. تست‌های متعدد روی مقاطع رودخانه طبیعی، نشان می‌دهد که یک رابطه‌نمایی می‌تواند گویای این روند افزایشی باشد. با توجه به اینکه پارامترهای مساحت سطح مقطع، پیرامون مرطوب و عرض سطح با عمق آب درون مقطع رابطه دارند و این رابطه از یک تابع خاص پیروی می‌کند، می‌توان این رابطه را مورد شناسایی قرار داد (Abida, 2009). در این تحقیق با فرض‌نمایی بودن رابطه آن‌ها، به شناسایی ضرائب موجود در این روابط پرداخته شده است. از آنجایی که عرض سطح آب مشتق رابطه مساحت سطح مقطع نسبت به عمق آب می‌باشد (Henderson, 1966)، دیگر نیازی به شناسایی ضرائب جداگانه

مواد و روش‌ها

اخیراً در دنیا برای شناخت خصوصیات پدیده‌های مختلف از روشی به نام مسئله معکوس استفاده می‌شود. زمانی که هدف مسئله تعیین برخی کمیت‌های فیزیکی می‌باشد که اندازه‌گیری آن‌ها مشکل و هزینه‌بر است، با به‌کارگیری روش‌های غیرمستقیم نظیر روش معکوس، مقدار آن‌ها از طریق کمیت‌های یافتنی دیگر محاسبه می‌گردد. این روش در واقع بر پایه‌ی معکوس کردن مدل ریاضی بیان‌کننده رفتار فیزیکی پدیده‌ی مورد مطالعه استوار است. اکثر مسائلی که به این طریق بحث می‌شوند جزء مسائل بدخیم هستند. در مسائل بدخیم وجود خطاهای کوچک در داده‌های اندازه‌گیری شده، موجب خطای بزرگی در پاسخ مسئله خواهد شد. از طرف دیگر این مسائل ممکن است اصلاً جواب نداشته باشند، یا بی‌نهایت جواب داشته باشند و یا اینکه به جواب واحدی همگرا نشوند (Hansen, 1998). به‌همین دلیل بایستی روش مسئله معکوس از طریق روش‌های عددی پیشرفته و استفاده از الگوریتم‌های قوی بهینه‌سازی تعدیل گردد. در هر پدیده طبیعی اگر فیزیک حاکم بر مسئله به‌طور کامل شناخته شده باشد، می‌توان مدل حاکم بر آن را شبیه‌سازی نمود. اگر فیزیک حاکم بر مسئله G ، پارامترهای ورودی به مدل m و اطلاعات حاصل از این مسئله شبیه‌سازی d نامیده شود، می‌توان یک مسئله شبیه‌سازی را طبق رابطه (5) بیان نمود (Richard et al., 2004).

$$G(m) = d \quad (5)$$

به‌طور کلی منظور از حل یک مسئله معکوس این است که اگر اطلاعات حاصل از شبیه‌سازی در دسترس باشد (d)، و فیزیک حاکم بر مسئله (که در این تحقیق معادله‌های حاکم بر جریان‌های غیردائمی می‌باشد) به‌طور کامل شناخته شده باشد (G)، می‌توان مشخصات ورودی به مدل را به‌دست آورد. یک مسئله معکوس عموماً از دو قسمت تشکیل شده است: مدل شبیه‌سازی و مدل بهینه‌سازی. مدل شبیه‌سازی مورد استفاده در این تحقیق حل عددی معادله‌های حاکم بر جریان‌های غیرماندگار و مدل بهینه‌سازی مورد استفاده روش برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی می‌باشد که در ادامه به توضیحات هر یک پرداخته می‌شود.

مدل شبیه‌سازی جریان‌های غیرماندگار

اغلب اوقات به‌دلیل بارندگی و ایجاد سیل، جریان در رودخانه‌ها به یک جریان غیرماندگار تبدیل می‌شود. معادله‌های حاکم بر جریان‌های غیرماندگار در حالت یک‌بعدی، معادله‌های سنت-ونانت می‌باشند. حالت کلی این معادله‌های به‌صورت روابط (6) و (7) تعریف می‌شود.

آب انتخاب شده است. می‌توان معیار مذکور را برای داده‌های دبی نیز تعریف کرد و یا به عبارت دیگر، داده‌های ورودی به مدل معکوس می‌تواند داده‌های مشاهداتی دبی باشد، اما به دلیل اینکه اندازه‌گیری تراز سطح آب به مراتب ساده‌تر از اندازه‌گیری دبی است، داده‌های تراز سطح آب به عنوان داده‌های مشاهداتی و ورودی به مدل معکوس انتخاب شده‌اند. به عبارت دیگر تابع هدف نوشته شده به مجموعه‌ای از مقادیر ورودی نیاز دارد، که در حقیقت مقادیر مشاهداتی نامیده می‌شوند که در این پژوهش مقادیر تراز سطح آب نسبت به زمان در وسط هر زیر بازه به عنوان ایستگاه مشاهداتی، در نظر گرفته شده است. ساختار این معیار به صورت رابطه (۹) نوشته می‌شود.

$$E_h^j = H_o^j - H_c^j \quad (9)$$

$$\text{Minimize } F = \sum_{j=1}^m (E_h^j)^2$$

در این رابطه H : تراز سطح آب، E : میزان اختلاف مقادیر مشاهداتی و محاسباتی، F : معیار مجموع مربعات خطا، m : تعداد داده‌های مشاهداتی، اندیس o و c : نیز به ترتیب معرف مقادیر مشاهداتی و محاسباتی هستند. معیار مجموع مربعات خطا (F)، بایستی در مرحله بهینه‌سازی حداقل شود. در روش پیشنهادی که به منظور شناسایی مشخصات هندسی رودخانه ارائه شده است، علاوه بر شرایط مرزی، ضریب زبری مانینگ، شیب کف و شرط اولیه، بایستی در وسط هر زیربازه داده‌های تراز سطح آب نسبت به زمان و عرض رودخانه نیز مشخص باشد. ضریب زبری مانینگ از جمله مهم‌ترین پارامترهایی است که مورد واسنجی قرار می‌گیرد. اما تمرکز تحقیق حاضر در شناسایی روابط هیدرولیکی مستخرج از مقاطع بوده است.

برای آن نیست و پس از شناسایی مساحت سطح مقطع، عرض سطح آزاد نیز شناسایی می‌شود. لذا می‌توان این روابط را به صورت رابطه (۸) برای هر مقطع نوشت.

$$A(y) = a(e^{-by} - 1)$$

$$P(y) = c(e^{-dy} - 1) \quad (8)$$

$$T(y) = \frac{dA}{dy} = -abe^{-by}$$

لازم به ذکر است روابط مذکور تنها در رودخانه‌های فاقد سیلاب‌دشت صادق است، البته تحقیق حاضر قابلیت تعمیم به مقاطع مرکب را نیز دارد. در یک رودخانه واقعی مقطع به مقطع و یا به عبارتی در مکان‌های مختلف، روابط مذکور فرق می‌کنند. اما همچنان از یک رابطه نمایی تبعیت می‌نمایند. از آنجا که نمی‌توان برای هر مکان و یا هر مقطع رابطه‌ای جداگانه در نظر گرفت (به دلیل زیاد شدن تعداد ضرائب مورد شناسایی)، لذا ابتدا بازه مورد شناسایی به چند زیربازه مشابه تقسیم می‌شود و برای هر زیر بازه یک رابطه ارائه می‌گردد. یافتن این تشابه می‌تواند با استفاده از یک بازدید میدانی و یا استفاده از عکس‌های ماهواره‌ای باشد.

معرفی تابع هدف

در هر مسئله بهینه‌سازی تابع هدف تمام پارامترهایی که قرار است تخمین زده شوند را شامل می‌شود. در این مسئله پارامترهای مورد شناسایی، ضرائب موجود در هر رابطه خواهند بود؛ که با توجه به شکل (۲) می‌توان مجهولات را اینگونه تعریف نمود $\{a_1, b_1, c_1, d_1, a_2, b_2, c_2, d_2, \dots, a_n, b_n, c_n, d_n\}$ معیارهای متفاوتی برای تابع هدف وجود دارد که در این پژوهش معیار مجموع مربعات خطا که بر اساس اظهارات Nguyen و Fenton (2005) و Abida (2009)، بهترین عملکرد را دارد، بین مقادیر مشاهداتی و شبیه‌سازی شده تراز سطح

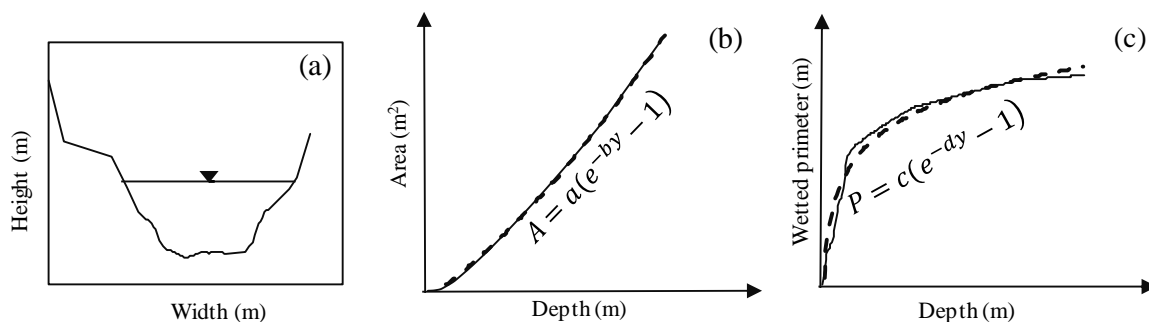


Fig. 1- (a): Typical irregular cross section, (b) Flow area and (c) Wetted perimeter

شکل ۱- (a) نمونه‌ای از مقطع نامنظم (b) مساحت سطح مقطع (c) پیرامون مرطوب

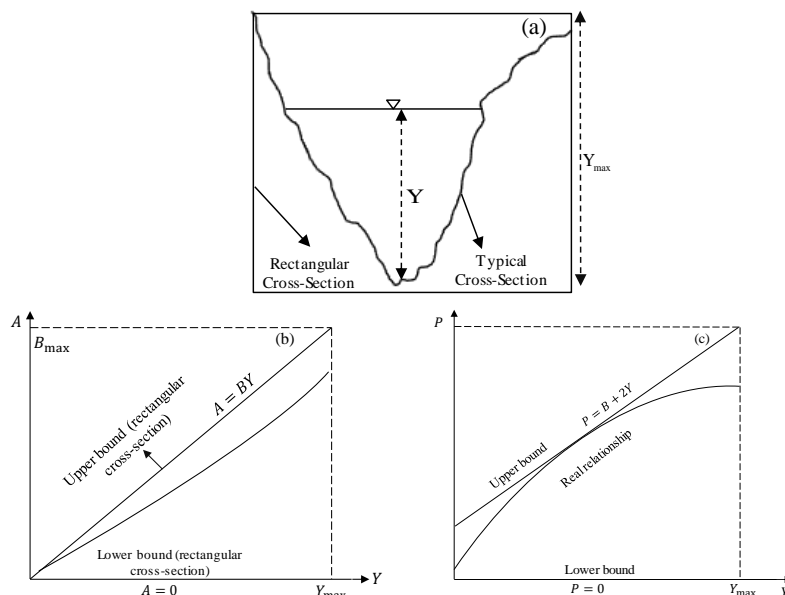


Fig. 2- (a): Typical irregular cross section, determination of the range of parameters in (b) Flow area and (c) Wetted perimeter

شکل ۲- (a) نمونه‌ای از مقطع نامنظم، تعیین حدود پارامترها در رابطه (b) مساحت سطح مقطع (c) پیرامون مرطوب

عمق-پیرامون مرطوب، در مقطع مستطیلی محیط به مقطع نامنظم، حد بالا و پایین پارامترهای مجهول را پیدا نمود. در ابتدا صحت‌سنجی مدل ارائه شده، با استفاده از یک رودخانه فرضی با سطح مقطع دوزنقه‌ای که در دو بازه ابعاد دوزنقه متفاوت می‌باشد، انجام شد. با توجه به مشخصات آن (ضریب زبری، شرایط مرزی، هندسه‌ی مقاطع و طول بازه)، ابتدا رودخانه در حالت مستقیم مدل گردید. سپس به منظور تشکیل مدل معکوس، رودخانه فرضی به دو زیربازه تقسیم و برای هر زیربازه روابط نمایی هیدرولیکی مقطع در نظر گرفته شد. از اجرای مدل مستقیم، داده‌های تراز سطح آب نسبت به زمان در وسط هر زیربازه (داده‌های ایستگاه‌های مشاهداتی)، برداشت و به‌عنوان ورودی به مدل معکوس قرار گرفتند. پس از تشکیل تابع هدف با توجه به روابط هیدرولیکی فرضی و ایستگاه‌های مشاهداتی و تشکیل قید بهینه‌سازی به‌روشن مذکور، تابع هدف به مدل بهینه‌سازی معرفی شد.

نتایج و بحث

نتایج حاصل از اجرای مدل مقادیر ضرایب موجود در روابط فرضی را مشخص می‌نماید. در اکثر تحقیقات مدل معکوس صورت گرفته، (Becker and Yeh, 1972 & 1973)، (Ding and Wang, 2005)، (Wormleaton and Gessese and Sellier, 2012)، (Karmegam, 1984)، ارزیابی مدل معکوس حاضر نیز در ابتدا با استفاده از یک مثال فرضی و سپس با استفاده از داده‌های هندسی یک مثال واقعی، انجام شده است.

معرفی مدل بهینه‌سازی

مسئله معکوس موردنظر به‌صورت یک مدل بهینه‌سازی غیرخطی مقید، به‌روشن گرادیان بر پایه برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی (Sequential Quadratic Problem) انتخاب شده است. روش‌های برنامه‌ریزی درجه دوم متوالی یکی از مهمترین روش‌ها برای حل مسائل بهینه‌سازی با قیود غیرخطی هستند. این روش دنباله‌ای از یک مجموعه مسائل بهینه‌سازی را حل می‌کند که هر کدام از آن مسائل یک مدل دو بعدی از موضوع هدف را به یک خطی‌سازی از شروط بهینه می‌کنند. اگر مسئله هیچگونه محدودیت و شرطی نداشته باشد، این روش به‌روشن نیوتون کاهش پیدا می‌کند. روش‌های مبتنی بر گرادیان مانند SQP، وابسته به حدس اولیه هستند و عموماً نقطه بهینه محلی را جستجو می‌کنند. مهمترین امتیاز روش SQP، این است که چنانچه مقادیر مناسب حدس اولیه در اختیارشان باشد، خود را می‌توانند به مقادیر بهینه با سرعت و دقت زیادی نزدیک کنند. برای مطالعه بیشتر در مورد این روش به منبع (Hansen, 1998) مراجعه شود.

روش تعیین حدود پارامترهای مورد شناسایی (قید بهینه‌سازی)

با توجه به شکل (۳)، هر سطح مقطع رودخانه طبیعی در یک مقطع مستطیلی فرضی محاط شده است که با داشتن عرض رودخانه در هر ایستگاه مشاهداتی می‌توان این مستطیل را تشکیل داد. در این شکل، مساحت و پیرامون مرطوب مقطع مستطیلی در هر عمق، از مساحت و پیرامون مرطوب مقطع نامنظم رودخانه، بالاتر است. پس می‌توان با تشکیل منحنی رابطه عمق-مساحت و

$$\begin{aligned}
 A_2(y) &= a_2 (\exp(-b_2 y)) \\
 P_2(y) &= c_2 \exp(-d_2 y) \\
 T_2(y) &= \frac{dA}{dy} = -a_2 b_2 \exp(-b_2 y)
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

هشت مجهول موجود در روابط هندسی مربوطه، پس از تعیین حدود آن‌ها به روش گفته شده و تشکیل تابع هدف، به مدل معکوس معرفی شدند. پس از بهینه‌سازی و اخذ مقادیر آن‌ها، به منظور صحت‌سنجی نتایج، روابط عمق آب-مساحت و عمق آب-پیرامون مرطوب در دو حالت واقعی و شبیه‌سازی شده در ۲۰۰۰ متری از ابتدای رودخانه، در شکل (۴) آورده شده است. همچنین روندیابی جریان در ۴۰۰۰ متری از ابتدای رودخانه در دو وجود و عدم وجود داده‌های مقاطع (با استفاده از روابط هندسی به دست آمده)، در شکل (۵) گویای توانایی بالای مدل پیشنهادی است.

مثال اول: صحت‌سنجی با یک مثال فرضی

رودخانه‌ای فرضی در دو بازه با سطح مقطع متفاوت فرض شده است. نیمه اول بازه این رودخانه مقطع ذوزنقه‌ای به عرض کف ۱۰ متر و در نیمه دیگر مقطع ذوزنقه‌ای به عرض کف ۵ متر می‌باشد. شیب جانبی و ضریب زبری مانینگ در هر دو بازه ۱:۱ و ۲۵ درصد فرض شده است. در جدول (۱) دیگر مشخصات آن قابل مشاهده است. ابتدا مدل مستقیم برای تعیین داده‌های مشاهداتی در وسط هر زیربازه، اجرا گردید، سپس برای اجرای مدل معکوس، ابتدا این رودخانه به دو زیربازه ۰-۲۵۰۰ و ۲۵۰۰-۵۰۰۰ تقسیم و برای هر قسمت روابط هندسی مربوطه جهت شناسایی ضرائب آن، تعریف شد (روابط ۱۰ و ۱۱).

$$\begin{aligned}
 A_1(y) &= a_1 (\exp(-b_1 y)) \\
 P_1(y) &= c_1 \exp(-d_1 y) \\
 T_1(y) &= \frac{dA}{dy} = -a_1 b_1 \exp(-b_1 y)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

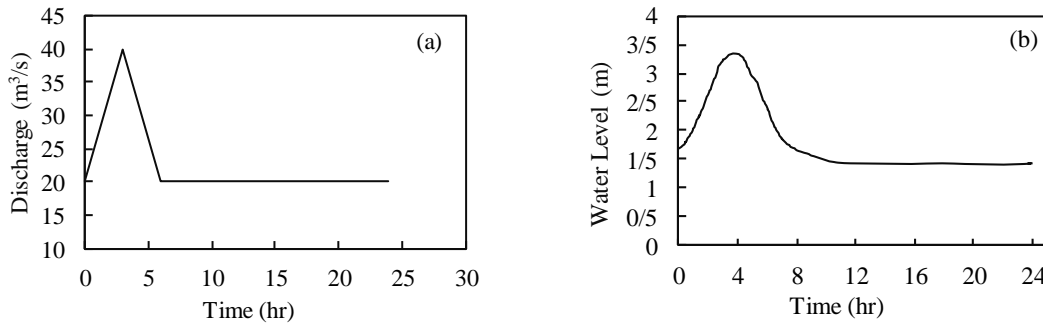


Fig. 3- (a): Upstream boundary condition (b) Downstream boundary condition (in hypothetical test case)

شکل ۳- (a) شرط مرزی بالادست (b) شرط مرزی پایین دست (در مثال فرضی)

جدول ۱- مشخصات رودخانه فرضی

Table 1- properties of hypothetical river

Length (km)	Upstream boundary condition	Downstream boundary condition	Number of reaches	Cross section shape
5	Flow hydrograph (Figure 3-a)	Water level variations (Figure 3-b)	2	Trapezoidal (varying along river)

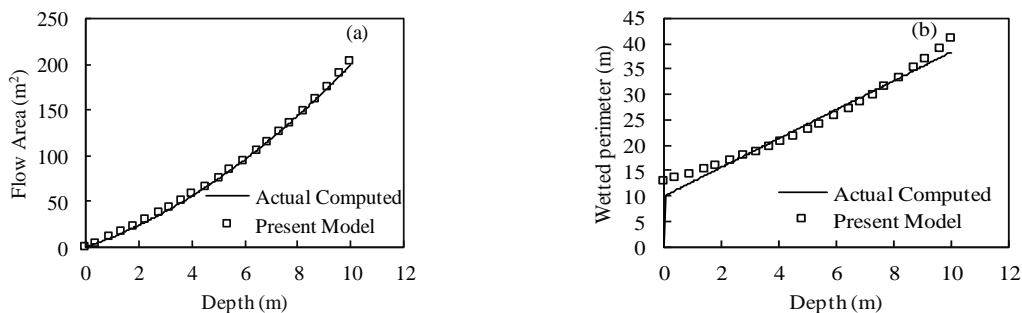


Fig. 4- Comparison of the geometric-hydraulic relationships. (a) Flow area (b) Wetted perimeter

شکل ۴- روابط هیدرولیکی محاسبه شده و واقعی (a) مساحت سطح مقطع (b) پیرامون مرطوب

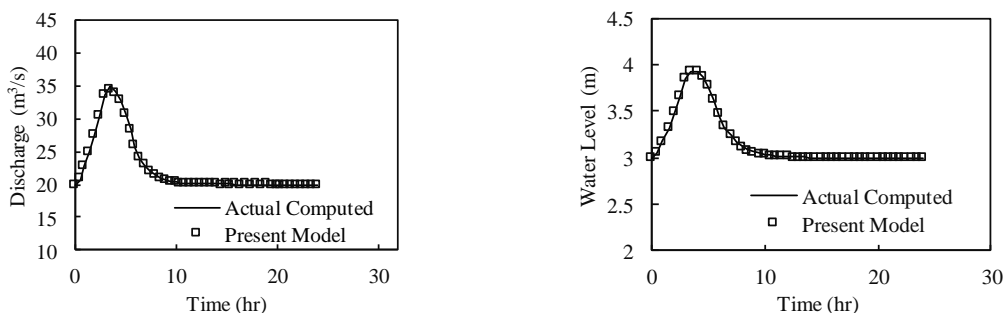


Fig. 5- Application of the presented model, Flood routing in hypothetical river

شکل ۵- کاربرد مدل ارائه شده، روندیابی جریان در رودخانه فرضی

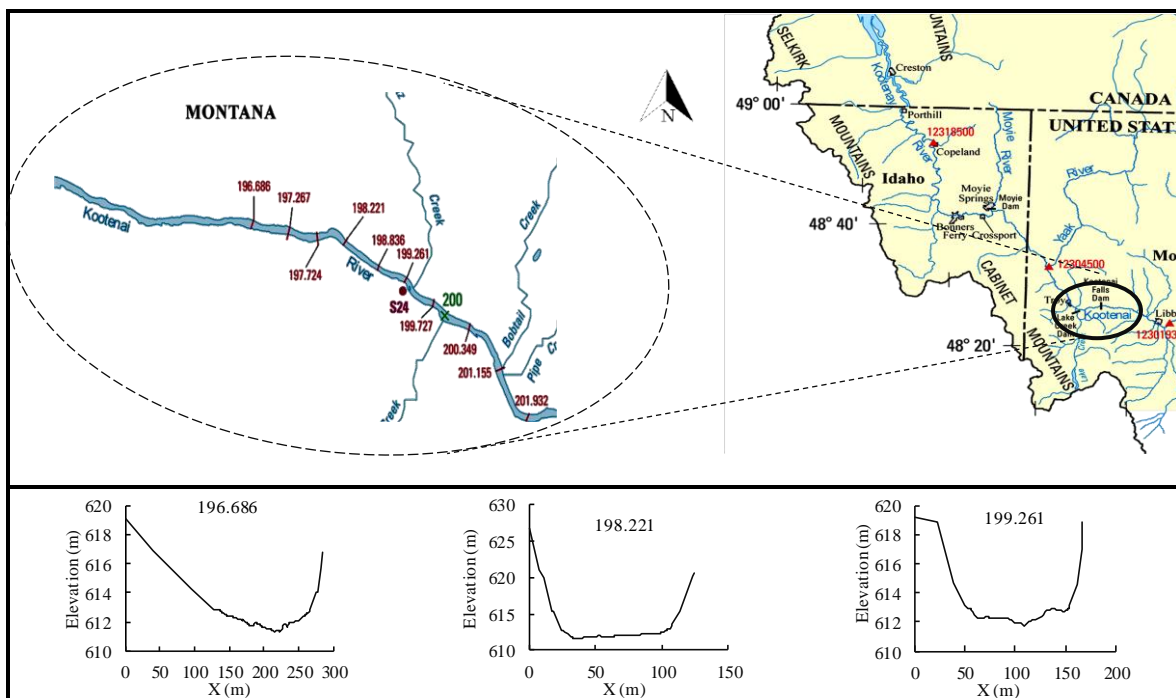


Fig. 6- The position of Kootenay river and three sample cross-sections taken from it

شکل ۶- موقعیت رودخانه کوتنای و سه نمونه از مقاطع برداشت شده از آن

نسبت به زمان، شکل (۷) می‌باشد. گام زمانی و مکانی به ترتیب ۲۰۰ متر و ۱۵ دقیقه در نظر گرفته شده است. طول این بازه حدود شش کیلومتر می‌باشد. طبق توضیحات داده شده، ابتدا بازه مورد مطالعه به چهار زیربازه تقسیم شد. داده‌های تراز سطح آب در چهار ایستگاه مشاهداتی، با استفاده از حل مستقیم معادله‌های جریان برداشت شد. پس از تشکیل تابع هدف و تشخیص حدود پارامترها به روش ذکر شده، تابع هدف و قید آن به مدل بهینه‌سازی معرفی شدند. ارزیابی پارامترهای حاصل از مدل بهینه‌سازی، به صورت روابط عمق آب-مساحت سطح مقطع و عمق آب-پیرامون مرطوب برای هر چهار زیربازه، در دو حالت استفاده از هندسه واقعی و محاسبه شده، به ترتیب در شکل‌های (۸) و (۹) آورده شده است.

مثال دوم: صحت‌سنجی با یک رودخانه واقعی

به منظور صحت‌سنجی مدل ارائه شده با داده‌های واقعی، از داده‌های رودخانه کوتنای (Kootenay) واقع در امریکای شمالی، به علت موجود بودن داده‌های آن، استفاده شده است. این رودخانه از کشور کانادا سرچشمه می‌گیرد و از دو ایالت آیداهو و مونتانا می‌گذرد و سپس به کانادا باز می‌گردد. بازه‌ی مورد شناسایی در این مقاله، در محدوده طول و عرض جغرافیایی (۴۸°۳۰' - ۴۸°۲۵') و (۱۱۵°۴۵' - ۱۱۵°۴۰') قرار دارد. شکل (۶) موقعیت رودخانه کوتنای را به صورت شماتیک نشان می‌دهد. داده‌های شش مقطع در این بازه شش کیلومتری به فواصل نامساوی برداشت شده است (Barton et al., 2004). شرط مرزی بالادست و پایین‌دست به ترتیب هیدروگراف و تراز سطح آب

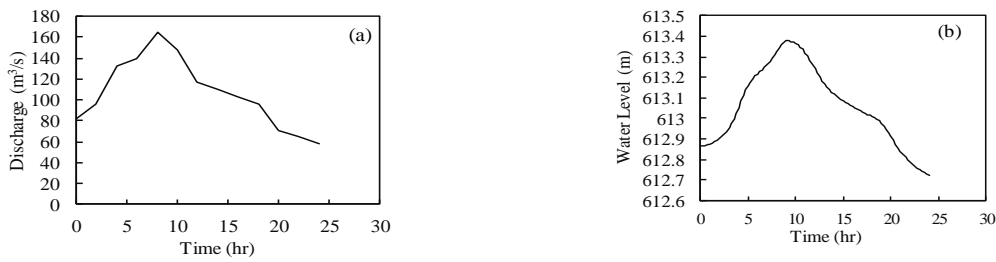


Fig. -7 (a): Upstream boundary condition (b) Downstream boundary condition in real test case
 شکل ۷- (a) شرط مرزی بالادست (b) شرط مرزی پایین دست (در مثال واقعی)

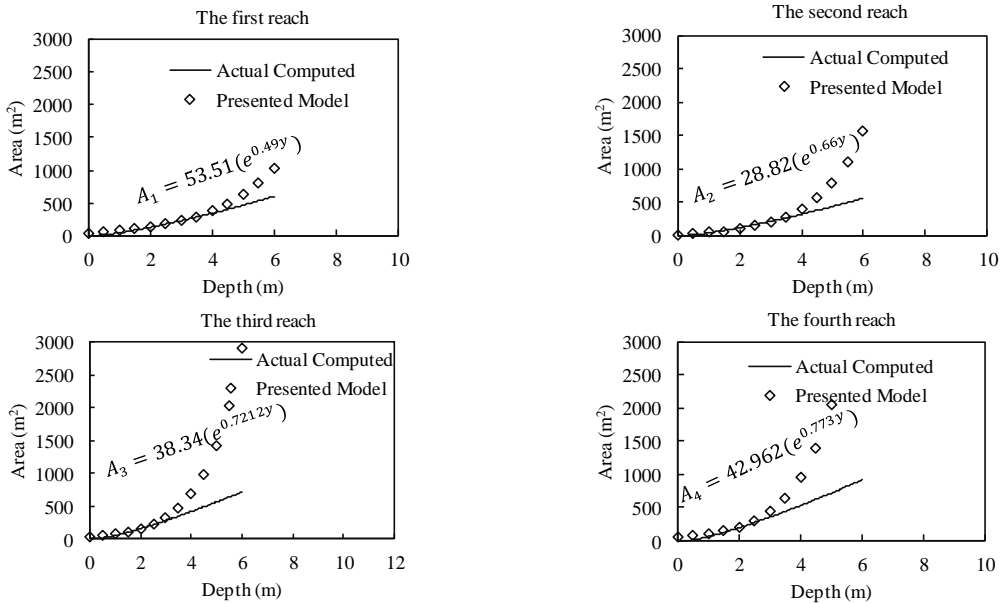


Fig. 8- Comparison of the flow area relationships in presented model and actual computed in real test case.

شکل ۸- مقایسه روابط مساحت سطح مقطع در مدل ارائه شده و روابط واقعی (مثال واقعی)

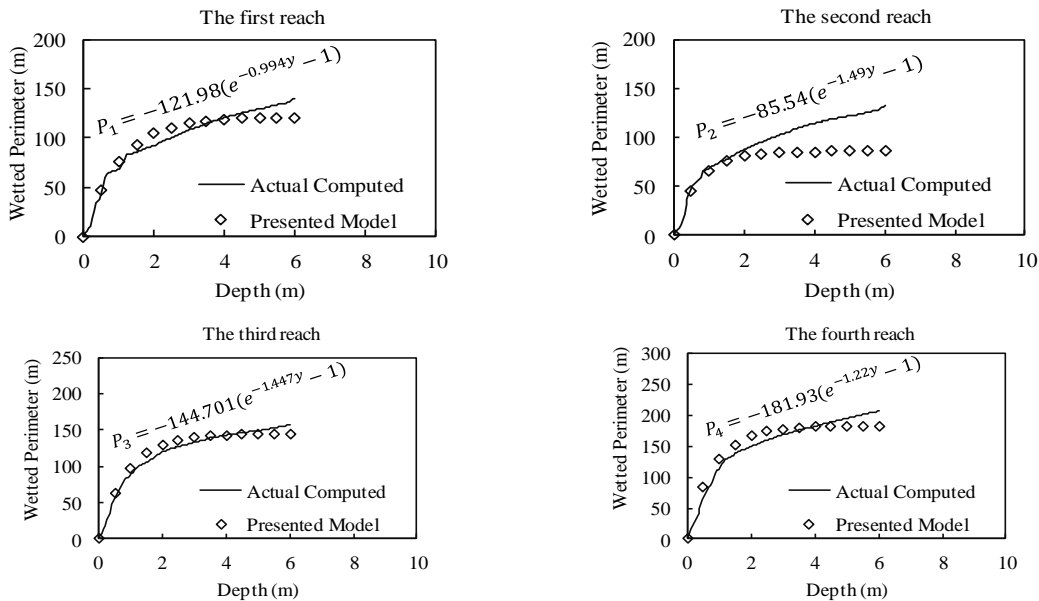


Fig. 9- Comparison of the wetted perimeter relationships in presented model and actual computed in real test case

شکل ۹- مقایسه روابط پیرامون مرطوب در مدل ارائه شده و روابط واقعی در مثال واقعی

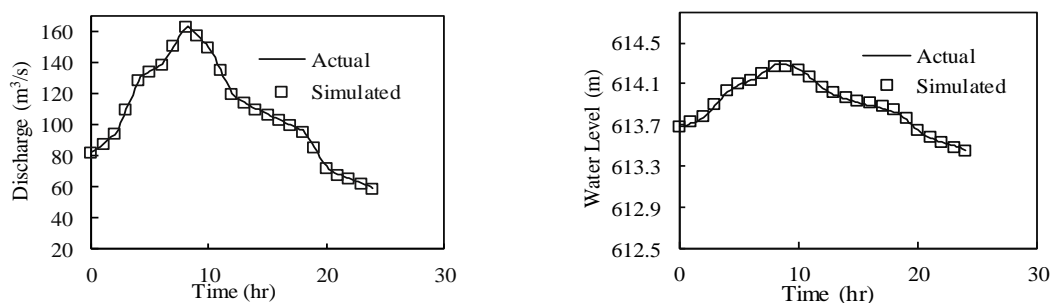


Fig. 10-Application of the presented model in real test case, flood routing in 1000 m from the beginning of the river

شکل ۱۰- کاربرد مدل ارائه شده در حالت واقعی، روندیابی جریان در رودخانه در ۱۰۰۰ متری از ابتدای رودخانه

جدول ۲- شاخص‌های آماری به دست آمده به منظور مقایسه مدل پیشنهادی و حالت واقعی

Table 2- The statistical indices obtained to compare the presented model and the real data

Index	RMSE (m)	MAE (m)	R ² (%)	E (%)
Value	0.07778	0.06617	0.9927	6.6

تشخیص آن‌ها کم بوده و برای کل رودخانه فرضی با سطح مقطع منظم، ثابت فرض شده است. در این مقاله با تقسیم رودخانه واقعی دارای مقاطع نامنظم، به چند زیربازه مشابه، به شناسایی کامل روابط هیدرولیکی مقطع، در هر زیربازه پرداخته شده است. به عبارت ساده‌تر برای هر قسمت مشابه از بازه مورد مطالعه، روابط $A(y)$ ، $P(y)$ و $T(y)$ ، مورد شناسایی قرار گرفته‌اند. مدل ارائه شده، با وجود چند ایستگاه مشاهداتی برداشت تراز سطح آب نسبت به زمان و با استفاده از روش بهینه‌سازی SQP، قادر به شناسایی این پارامترها خواهد بود. طبیعتاً هر چه تعداد ایستگاه‌های مشاهداتی برداشت داده، بیشتر باشد، دقت مدل بهینه‌سازی نیز بیشتر خواهد شد. وجود ایستگاه‌های مشاهداتی برداشت تراز سطح آب و اندازه‌گیری عرض رودخانه، در وسط هر زیربازه، از جمله محدودیت‌های مدل مذکور می‌باشد. اما به مراتب برداشت داده‌های ایستگاه مشاهداتی، حتی در چندین ایستگاه، از عملیات نقشه‌برداری، ساده‌تر و کم هزینه‌تر خواهد بود. ارزیابی مدل ارائه شده در ابتدا با استفاده از یک رودخانه فرضی، با مقطع ساده هندسی (دوونقه‌ای)، در دو بازه متفاوت انجام شد. سپس به منظور ارزیابی صحت مدل با داده‌ها واقعی و مقطع نامنظم، بازه‌ای از رودخانه کوتنا واقع در آمریکای شمالی به دلیل موجود بودن داده‌های آن انتخاب شد و روابط هیدرولیکی آن در چهار زیربازه، مورد شناسایی قرار گرفت. نتایج حاصل از مقایسه روابط به دست آمده و روابط واقعی هم‌چنین روندیابی جریان با استفاده از روابط به دست آمده و داده‌های واقعی مقطع و تحلیل پارامترهای آماری، حاکی از دقت بالای مدل پیشنهادی است. لازم به توضیح است مدل ارائه شده، در رودخانه‌های فاقد سیلاب‌دشت صحیح است، البته امکان تعمیم مدل در مقاطع مرکب با ضرایب زبری متفاوت در مجرای اصلی و سیلاب‌دشت نیز وجود دارد. لذا تدوین مدل معکوس به منظور شناسایی روابط هیدرولیکی در رودخانه‌های با مقاطع مرکب، پیشنهاد این تحقیق محسوب می‌شود.

با مقایسه روابط هیدرولیکی محاسبه شده و واقعی در شکل‌های (۸) و (۹) انطباق قابل قبولی مشاهده می‌شود. این امر با روندیابی جریان در رودخانه، با استفاده از روابط به دست آمده و محاسبه شده قابل اثبات است. بدین منظور روندیابی جریان در رودخانه، با استفاده از روابط به دست آمده و محاسبه شده، انجام شد. شکل (۱۰) هیدروگراف و تراز سطح آب روندیابی شده در ۱۰۰۰ متری از ابتدای رودخانه، در دو حالت استفاده از روابط هندسی واقعی و شبیه‌سازی شده را نشان می‌دهد. همان‌طور که در شکل مذکور مشاهده می‌شود نتایج حاصل از مدل معرفی شده، انطباق بسیار خوبی با نتایج حاصل از واقعیت دارد. این امر با ارائه شاخص‌های آماری همچون شاخص جذر میانگین مربعات خطا (RMSE)، شاخص میانگین خطای مطلق (MEA)، مجذور همبستگی (R²) و میانگین خطای نسبی (E) برای نمودار تراز سطح آب روندیابی شده در ۱۰۰۰ متری از ابتدای رودخانه، نشان داده شده است نتایج محاسبه‌ی این چهار شاخص در جدول (۲) آورده شده است. برای مطالعه بیشتر در خصوص شاخص‌ها به منبع (Friedman et al., 2001) مراجعه شود. ناچیز بودن مقادیر RMSE و MAE حاکی از جزئی بودن اختلاف بین نتایج حاصل از هر دو روش می‌باشد. هم‌چنین بالا بودن مقدار ضریب به دست آمده، نیز نشان دهنده وجود همبستگی مطلوبی بین نتایج حاصل از مدل پیشنهادی و حالت واقعی می‌باشد.

نتیجه‌گیری

پژوهش حاضر به منظور شناسایی روابط هیدرولیکی سطح مقطع رودخانه با استفاده از مدل‌سازی معکوس، ارائه شده است. شناسایی این روابط، نیاز به انجام عملیات زمان‌بر و پرهزینه نقشه‌برداری را، به حداقل می‌رساند. تا به اکنون تحقیقات بسیار اندکی در زمینه تشخیص پارامترهای هندسی رودخانه انجام شده، که در حالت‌های بسیار ساده بوده‌اند. تعداد پارامترهای مورد

References

- 1- Abida, H., 2009. Identification of compound channel flow parameters. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 57(3), pp.172-181.
- 2- Akan, A. O. 2011. Open Channel Hydraulics: Butterworth-Heinemann.
- 3- Barton, G.J., Moran, E.H. and Berenbrock, C., 2004. *Surveying cross sections of the Kootenai River between Libby Dam, Montana, and Kootenay Lake, British Columbia, Canada* (No. 2004-1045). US Geological Survey.
- 4- Becker, L. and Yeh, W.W.G., 1972. Identification of parameters in unsteady open channel flows. *Water Resources Research*, 8(4), pp.956-965.
- 5- Becker, L. and Yeh, W.W.G., 1973. Identification of multiple reach channel parameters. *Water Resources Research*, 9(2), pp.326-335.
- 6- Cunge, J.A., Holly, F.M. and Verwey, A., 1980. Practical aspects of computational river hydraulics.
- 7- D’Oria, M., Mignosa, P. and Tanda, M.G., 2014. Bayesian estimation of inflow hydrographs in ungauged sites of multiple reach systems. *Advances in Water Resources*, 63, pp.143-151.
- 8- Ding, Y. and Wang, S.S., 2005. Identification of Manning's roughness coefficients in channel network using adjoint analysis. *International Journal of Computational Fluid Dynamics*, 19(1), pp.3-13.
- 9- Eli, R.N., Wiggert, J.M. and Contractor, D.N., 1974. Reverse flow routing by the implicit method. *Water Resources Research*, 10(3), pp.597-600.
- 10- Fread, D.L. and Smith, G.F., 1978. Calibration technique for 1-D unsteady flow models. *Journal of the Hydraulics Division*, 104(7), pp.1027-1044.
- 11- Friedman, J., Hastie, T. and Tibshirani, R., 2001. The elements of statistical learning (Vol. 1, No. 10). New York: Springer series in statistics.
- 12- Gessese, A. and Sellier, M., 2012. A direct solution approach to the inverse shallow-water problem. *Mathematical Problems in Engineering*, 2012.
- 13- Hansen, P.C., 1998. Rank-Deficient and Discrete Ill-Posed Problems: Numerical Aspects of Linear Inversion, SIAM, Philadelphia. *Google Scholar*, pp.1-214.
- 14- Henderson, F. M. 1996. Open channel flow: Macmillan.
- 15- Khatibi, R.H., Williams, J.J. and Wormleaton, P.R., 1997. Identification problem of open-channel friction parameters. *Journal of Hydraulic Engineering*, 123(12), pp.1078-1088.
- 16- Nguyen, H.T. and Fenton, J.D., 2005. Identification of roughness in compound channels. In *MODSIM 2005 international congress on modelling and simulation. Modelling and Simulation Society of Australia and New Zealand* (pp. 2512-2518).
- 17- Price, R.K., 1974. Comparison of four numerical methods for flood routing. *Journal of the Hydraulics Division*, 100(Proc. Paper 10659).
- 18- Richard, C., Borchers, B. & Thurber, C., 2004. Parameter Estimation and Inverse Problems. s.l.:Academic Press.
- 19- Szymkiewicz, R., 1993. Solution of the inverse problem for the Saint Venant equations. *Journal of Hydrology*, 147(1-4), pp.105-120.

-
- 20- Szymkiewicz, R., 2008. Application of the simplified models to inverse flood routing in upper Narew river (Poland). *Publications of the Institute of Geophysics, Polish Academy of Sciences*, (405), pp.121-135.
- 21- Westaway, R.M., Lane, S.N. and Hicks, D.M., 2000. The development of an automated correction procedure for digital photogrammetry for the study of wide, shallow, gravel-bed rivers. *Earth Surface Processes and Landforms*, 25(2), pp.209-226.
- 22- Wormleaton, P.R. and Karmegam, M., 1984. Parameter optimization in flood routing. *Journal of Hydraulic Engineering*, 110(12), pp.1799-1814.
- 23- Wu, W., 2008. Computational River Dynamics, Sediment Laden Drainage, Betsiboka River, Madagascar. Courtesy of NASA. *National Aeronautics and Space Administration, Houston, USA. Taylor & Francis Group, London. Google Scholar.*
- 24- Wu, Q., Rafiee, M., Tinka, A. and Bayen, A.M., 2009, December. Inverse modeling for open boundary conditions in channel network. In *Decision and Control, 2009 held jointly with the 2009 28th Chinese Control Conference. CDC/CCC 2009. Proceedings of the 48th IEEE Conference on* (pp. 8258-8265). IEEE.