

## شبیه‌سازی سردسازی کوآنتومی یک کاواک اپتومکانیکی با استفاده از

### پایتون

محمود صادقی\*، وحید عامری، کامران جلاپیور

گروه فیزیک، دانشگاه هرمزگان، بندرعباس، ایران

دریافت: 1396/07/22 ویرایش نهائی: 1396/09/08 پذیرش: 1396/10/09

### چکیده

در فرآیند سردسازی اپتومکانیکی کاواک، میدان اپتیکی لیزر محرک، میرایی اضافی را بر مد مکانیکی کاواک اعمال می‌کند و باعث برگشت آن به حالت پایه می‌شود. در این تحقیق، سردسازی کوآنتومی یک کاواک اپتومکانیکی در تماس با یک منبع حرارتی، توسط جعبه ابزار کوآنتوم برای پایتون "کیوتیپ"<sup>1</sup>، شبیه‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهند که فرآیند سردسازی کاواک، با افزایش یافتن ضریب واهلش مدهای اپتیکی و مکانیکی، به ترتیب دیرتر و زودتر اتفاق می‌افتد همچنین با افزایش یافتن ثابت جفت شدگی بین مدهای اپتیکی و مکانیکی کاواک، این فرآیند در مدت زمان کوتاهتری انجام می‌شود. شبیه‌سازی همچنین نشان می‌دهد که با اضافه کردن یک کیوبیت به سامانه فرآیند سردسازی کاواک نسبت به قبل، سریع تر صورت می‌گیرد.

**کلیدواژگان:** سرد سازی، کاواک اپتومکانیکی، کیوبیت، پایتون

### مقدمه

هستند. نیروی فشار تابشی از واقعیتی ناشی می‌شود که نور دارای تکانه است. تکانه‌ای که از نور به شیء مکانیکی منتقل می‌گردد نیروی فشاری را به شیء وارد می‌کند. در اینجا سردسازی کاواک اپتومکانیکی شکل 1 که در آن یکی از آینه‌ها ثابت و دیگری متحرک است، با یک تابش لیزر کلاسیکی مورد نظر است [6]. آینه متحرک مد نوسانی کاواک را ایجاد می‌کند. یک تابش کلاسیکی لیزر محرک با فرکانس  $\omega_L$  بر کاواک می‌تابد. همچنین کل سیستم در تماس با یک منبع تابش چند مد حرارتی است. ایده اصلی سردسازی اپتومکانیکی کاواک این است که میدان اپتیکی، میرایی اضافی را برای مد مکانیکی عرضه می‌کند. به طور کیفی، چنین میرایی اپتیکی به دلیل نیروی اپتیکی ناشی از میدان کاواک عرضه می‌شود. فرض می‌شود در این کاواک یک مد

دستکاری کوآنتومی سیستم‌های مکانیکی هم در فیزیک پایه و هم در محدوده اندازه‌گیری بسیار دقیق تا پردازش اطلاعات کوآنتومی مورد توجه فراوان است. برای این اهداف، گام مهم، سردسازی سیستم مکانیکی به حالت پایه کوآنتومی‌اش است. تلاش‌های نظری و تجربی قابل توجه در این حوزه [4-1]، گامی مهم به سوی ایجاد حالت پایه کوآنتومی سیستم‌های مکانیکی مزوسکوپیک برداشته است. اپتومکانیک رشته نو ظهوری است که به برهم‌کنش بین نور و حرکت مکانیکی می‌پردازد. چنین برهم‌کنشی از اثر مکانیکی نور یعنی نیروی اپتیکی نشأت می‌گیرد. نیروی فشار تابشی (یا نیروی پراکندگی) و نیروی گرادیان اپتیکی (یا نیروی دوقطبی) دو دسته معمول از نیروهای اپتیکی

\*نویسنده مسئول: m.sadeghi@hormozgan.ac.ir

یک آینه متحرک است، که در شکل 1 نشان داده شده است. هامیلتونی سیستم به صورت زیر است [1 و 4]:

$$H = H_{free} + H_{int} + H_{drive} \quad 1$$

جمله اول  $H_{free}$ ، هامیلتونی آزاد مد اپتیکی و مد مکانیکی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H_{free} = \hbar\omega_c a^\dagger a + \hbar\omega_m b^\dagger b \quad 2$$

در اینجا  $a$  و  $a^\dagger$  عملگرهای خلق و نابودی تک مد اپتیکی در کاواک،  $b$  و  $b^\dagger$  عملگرهای خلق و نابودی مد مکانیکی آینه متحرک کاواک،  $\omega_c$  و  $\omega_m$  فرکانس زاویه‌ای مد اپتیکی کاواک (مد مکانیکی آینه متحرک کاواک) هستند. فرکانس زاویه‌ای آینه متحرک کاواک  $\omega_m$ ، به جابه‌جایی مکانیکی  $x = x_{ZPF}(b + b^\dagger)$

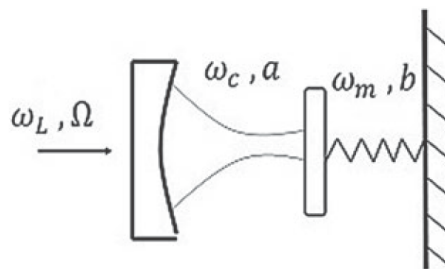
مرتبط است که  $x_{ZPF} = \sqrt{\hbar / (2m_{eff}\omega_m)}$  دامنه جابجایی آینه در اغتشاشات نقطه صفر است همچنین  $m_{eff}$  جرم مؤثر مد مکانیکی سیستم است. جمله دوم در رابطه 1 بیانگر هامیلتونی حاصل از برهم‌کنش بین مد اپتیکی کاواک و مد مکانیکی آینه متحرک کاواک است که تا تقریب مرتبه اول یعنی فرض خطی بودن برهم‌کنش، به صورت:

$$H_{int} = \hbar g a^\dagger a (b^\dagger + b) \quad 3$$

خواهد بود که در آن  $g = [\partial\omega_c(x) / \partial x] x_{ZPF}$  شدت جفت شدگی تک مد اپتیکی و تک مد مکانیکی در کاواک می‌باشد. جمله سوم رابطه 1،  $H_{drive}$  بیانگر برهم‌کنش لیزر محرک کلاسیکی با تابش تک مد کاواک می‌باشد که در تقریب موج چرخنده<sup>1</sup> به صورت:

$$H_{drive} = \hbar\Omega(e^{i\omega_L t} a + e^{-i\omega_L t} a^\dagger) \quad 4$$

اپتیکی با یک مد مکانیکی دچار جفت شدگی شده‌اند. مدل این سیستم شبیه به یک کاواک فابری پرو می‌باشد که در آن سیستم متشکل از یک آینه ثابت و یک آینه متحرک است که در شکل 1 نشان داده شده است. در این پژوهش با استفاده از بسته کیوتیپ برای پایتون، سردسازی مد مکانیکی این کاواک اپتومکانیکی، شبیه سازی شده است که در ادامه به آن پرداخته می‌شود [5]. در ابتدا هامیلتونی سیستم تعیین خواهد شد سپس با حل معادله مستر که بیانگر واهلش سیستم در تماس با یک منبع است، عملگر چگالی سیستم تعیین می‌شود و در نهایت افت تعداد مدهای مکانیکی کاواک که بیانگر سرد شدن آن است به صورت تابعی از زمان به دست خواهد آمد.



شکل 1. شماتیک یک کاواک اپتومکانیکی.

### دینامیک سیستم

در این قسمت یک نوع سیستم کاواک اپتومکانیکی را مورد بررسی قرار خواهیم داد و هامیلتونی آن را محاسبه خواهیم کرد. فرض می‌کنیم در این کاواک یک مد اپتیکی با یک مد مکانیکی دچار جفت شدگی شده‌اند، مدل این سیستم شبیه به یک کاواک فابری پرو می‌باشد که در آن سیستم متشکل از یک آینه ثابت و

<sup>1</sup> Rotating Wave Approximation (RWA)

می‌شود فضای هیلبرت هر دو نامتناهی است ولی جهت انجام شبیه‌سازی، مقدار متناهی  $N$  فرض می‌کنیم و یک تابش لیزر کلاسیکی که با قدرت  $\Omega$  توصیف می‌شود.

- دو مد تابشی و نوسانی کاواک برهم‌کنش خطی دارند.
- لیزر با تابش کلاسیکی، تنها با مد تابشی کاواک برهم‌کنش دارد.
- کل سیستم در تماس با یک محیط، با تابش چند مد قرار گرفته به نحوی که مد نوسانی کاواک، محیط را در دمای غیر صفر  $T$  می‌بیند و با ثابت  $\gamma$  واهلیده می‌شود اما تابش تک مد کاواک محیط را در دمای صفر می‌بیند و با ثابت  $\kappa$  واهلش می‌یابد. تابش لیزر کلاسیکی متأثر از محیط نیست.
- با فرض‌های فوق، معادله مستر حاکم بر دینامیک سیستم به صورت زیر خواهد بود [7 و 1]:

$$\dot{\rho} = \frac{i}{\hbar} [\rho, H] + \hbar \kappa D[a] \rho + \hbar \gamma (n_{th} + 1) D[b] \rho + \hbar \gamma n_{th} D[b^\dagger] \rho \quad 6$$

$H$  و  $\rho$  به ترتیب ماتریس چگالی و هامیلتونی کل سیستم اند، ابر عملگر  $D[A]$  به صورت:  $D[A] \rho = A \rho A^\dagger - (A^\dagger A \rho + \rho A^\dagger A) / 2$  تعریف می‌شود که عملگر  $A$  برابر  $a$  یا  $b$  است بسته به اینکه برای مد تابشی کاواک یا مد مکانیکی کاواک نوشته شود همچنین  $\kappa$  و  $\gamma$  به ترتیب ضریب واهلش مد اپتیکی و مکانیکی کاواک در اثر تماس با محیط اند.  $n_{th}$  تعداد فوتون‌های گرمایی محیط است که از رابطه

بیان می‌شود که در آن فرکانس تابش کلاسیکی لیزر محرک ورودی به کاواک و  $\Omega = \sqrt{\kappa_{ex} P / (\hbar \omega_L)}$  فرکانس رابی است، همچنین  $P$  توان لیزر ورودی و  $\kappa_{ex}$  آهنگ اتلاف خارجی کاواک می‌باشد. جهت حذف تابعیت زمانی ضرایب بسط در رابطه 4 هامیلتونی کل را به دستگاه چرخنده با فرکانس زاویه‌ای لیزر محرک  $\omega_L$  منتقل می‌کنیم. این کار با عملگر یکانی  $U = e^{i \hbar \omega_L a^\dagger a t}$  امکان‌پذیر است به این ترتیب هامیلتونی کل سیستم به صورت [4 و 1]:

$$H = -\hbar \Delta a^\dagger a + \hbar \omega_m b^\dagger b + \hbar g a^\dagger a (b^\dagger + b) + \hbar \Omega (a + a^\dagger)$$

در می‌آید<sup>1</sup> که در آن وادنیگی  $\Delta = \omega_L - \omega_c$ ، اختلاف بین فرکانس لیزر محرک و فرکانس تابش تک مد کاواک می‌باشد. سردسازی کاواک اپتومکانیکی زمانی اتفاق خواهد افتاد که کوانتای ارتعاشات مکانیکی سیستم تعداد فونون‌ها  $\langle b^\dagger b \rangle = \bar{N}_b$ ، به کمتر از واحد برسد. به عبارت دیگر اگر تعداد متوسط فونون‌های موجود در کاواک برای یک مد مکانیکی به کمتر از یک واحد برسد آن مد مکانیکی سرد شده است. هدف ما در این قسمت محاسبه تعداد فونون‌های مد مکانیکی کاواک می‌باشد. تا اینجا جهت حل مسأله، فرض‌های زیر را داریم:

- سیستم شامل سه زیر سیستم است: یک کاواک با تابش تک مد که با  $(a, a^\dagger, \omega_c)$  توصیف می‌شود و یک نوسانگر که با  $(b, b^\dagger, \omega_m)$  توصیف

<sup>1</sup>  $H = U H_{old} U^\dagger - i \hbar U \partial U^\dagger / \partial t$

### نتایج سردسازی کاواک

در ابتدا تعداد فونون‌های مد مکانیکی کاواک، در تعادل گرمایی با محیط هستند و تعداد آنها برابر تعداد فونون‌های گرمایی  $n_{th}$  محیط می‌باشد. پس از روشن شدن لیزر محرک، تعداد فونون‌ها نسبت به زمان کاهش می‌یابند و در زمانی که تعداد آنها به کمتر از واحد برسد آن مد سرد شده است. نوسانگر مکانیکی، نوارهای جانبی با فرکانس کمتر (قرمز) و فرکانس بیشتر (آبی) را تولید می‌کند که به اندازه مضاربی از فرکانس مکانیکی  $\omega_m$  از فرکانس اپتیکی کاواک  $\omega_c$  اختلاف دارد. اگر فرکانس مد مکانیکی کاواک  $\omega_m$  بسیار بزرگتر از میزان واهلش مد اپتیکی کاواک  $\mathcal{K}$  باشد این دو باند جانبی قابل تفکیک از یکدیگرند در این شرایط می‌توان مد مکانیکی نوسانگر را تا حالت پایه سرد کرد. تمام نتایج محاسبه شده با شرط  $\omega_m \gg \mathcal{K}$  یعنی در باند جانبی تفکیک‌پذیر به دست آمده‌اند. مقادیر میانگین محاسبه شده تعداد فونون‌های مد مکانیکی  $\langle b^\dagger b \rangle$  تابع زمان در ضرایب واهلش مختلف مد مکانیکی  $\gamma$ ، در شکل 2 و در ضرایب واهلش مختلف مد اپتیکی  $\mathcal{K}$ ، در نشان داده شده‌اند. شکل 2، مقادیر میانگین محاسبه شده تعداد فونون‌های مد مکانیکی کاواک  $\bar{N}_b = \langle b^\dagger b \rangle$  نسبت به زمان در ضرایب واهلش مختلف مد اپتیکی  $\mathcal{K}$ ، را نشان می‌دهد پارامترها در شبیه‌سازی عبارت‌اند از: تعداد فوتون‌های منبع حرارتی  $n_{th} = 9$ ، ضریب جفت شدگی دو مد تابشی و مکانیکی کاواک  $g = 0.1$ ، ضریب واهلش مد مکانیکی در اثر تماس

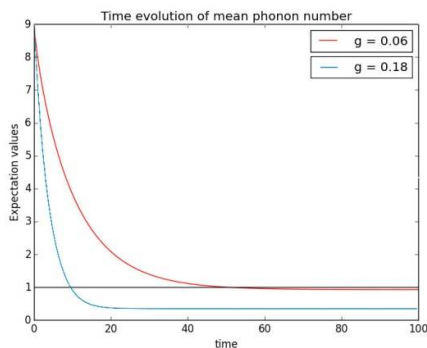
$n_{th} = (e^{\frac{\hbar\omega_m}{k_B T}} - 1)^{-1}$  به دمای  $T$  محیط مربوط است. از معادلهٔ مستر عملگر چگالی کل سیستم تعیین می‌شود و در نهایت تعداد متوسط فونون‌ها یا مدهای نوسانی کاواک از رابطه  $\bar{N}_b = \langle b^\dagger b \rangle = \text{Tr}(\rho_b b^\dagger b)$  به دست می‌آید که  $\rho_b$  ماتریس چگالی بخش نوسانی سیستم از روی مدهای تابشی از ماتریس چگالی کل سیستم حاصل می‌شود:  $\rho_b = \text{Tr}_a(\rho)$ . نتایج محاسبات عددی که توسط پایتون انجام شده در ادامه بیان خواهد شد.

### نصب پایتون و اجرای شبیه‌سازی

کیوتیپ<sup>1</sup> یا "جعبه ابزار کوانتوم در پایتون" بستهٔ نرم‌افزاری است که بر پایهٔ زبان برنامه نویسی پایتون نوشته شده است [8]. کیوتیپ امکان حل عددی دینامیک هامیلتونی‌های مستقل یا وابسته به زمان را فراهم می‌کند و سازگاری کامل با سیستم عامل ویندوز دارد. بستهٔ کیوتیپ تاکنون در چندین نسخه در اختیار کاربران قرار گرفته که در این شبیه‌سازی از نسخهٔ 0.2.2 و تحت لینوکس (ابوتو) آن استفاده شده است. این نسخه دارای ویژگی‌هایی از قبیل اضافه شدن تابع ترانهادهٔ جزئی و تابع ویگنر، توابع متغیر پیوسته برای محاسبهٔ همبستگی‌های سیستم‌های کوانتومی، حل معادلهٔ مستر و معادلات مونت کارلو و حل معادلات حالت پایدار سیستم‌های کوانتومی می‌باشد [9].

<sup>1</sup> Quantum Toolbox in Python

مشخص است، به‌ازای ضریب واهلش خیلی کوچک  $\gamma = 0.00001$ ، منحنی افت فونونها از  $\bar{N}_b = 9$  در لحظه شروع سرد سازی، به  $\bar{N}_b = 1$ ، تقریباً افقی است یعنی زمان طولانی برای سرد شدن لازم است در حالی که برای ضریب واهلش بزرگ  $\gamma = 0.1$  منحنی در کمتر از 10 واحد زمانی به  $\bar{N}_b = 1$  می‌رسد. شکل 4 نیز مقدار میانگین همین کمیت را تابع زمان در دو ضریب جفت شدگی دو مد اپتیکی و مکانیکی کاواک، برابر با 0.06 و 0.18 نشان می‌دهد. دیگر پارامترهای شبیه‌سازی  $n_{th} = 9$ ،  $N = 10$ ،  $\kappa = 0.0007$  و  $\gamma = 0.09$  فرض شده‌اند. مطابق شکل جفت شدگی بزرگتر، فرآیند سردسازی را تسریع می‌کند.



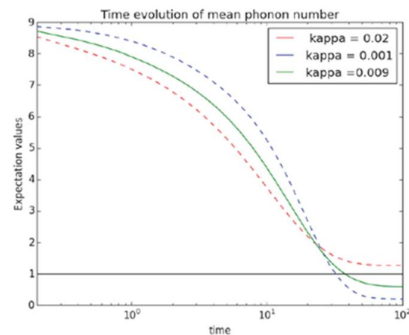
شکل 4. مقادیر میانگین تعداد فونون‌های مد مکانیکی کاواک  $\bar{N}_b = \langle b^\dagger b \rangle$  نسبت به زمان، که در دو ضریب جفت شدگی مدهای مکانیکی و اپتیکی کاواک،  $g$  برابر با 0.06 و 0.18 محاسبه شده‌اند.

### سردسازی در حضور کیوبیت

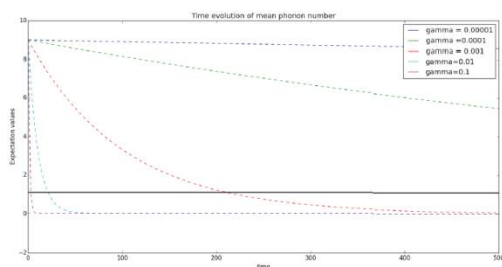
تمام نتایج به‌دست آمده تاکنون، حاصل از جفت شدگی بین دو مد اپتیکی و مکانیکی بود حال نتایج را با اضافه کردن یک کیوبیت به سامانه، بار دیگر تکرار می‌کنیم. با وارد کردن کیوبیتی که با پارامترهای

با محیط  $\gamma = 0.11$  و بعد فضای هیلبرت مد تابشی کاواک  $N = 10$ . مطابق شکل به‌ازای ضریب واهلش کوچک  $\kappa = 0.001$ ، منحنی افت فونونها از تعداد متوسط مد  $\bar{N}_b = 9$  در لحظه شروع سرد سازی، به  $\bar{N}_b = 1$  نسبت به حالتی که این ضریب مقدار بزرگتر  $\kappa = 0.02$  را دارد سریعتر اتفاق می‌افتد.

شکل 3، مقادیر میانگین محاسبه شده تعداد فونون‌های مد مکانیکی کاواک  $\bar{N}_b = \langle b^\dagger b \rangle$  نسبت به زمان در ضرایب واهلش مختلف مد مکانیکی  $\gamma$  را نشان می‌دهد. در اینجا ضریب واهلش مد اپتیکی در اثر تماس با محیط  $\kappa = 0.11$  فرض شده و دیگر پارامترها مشابه شکل 2 هستند. همانگونه که در شکل



شکل 2، مقادیر میانگین محاسبه شده تعداد فونون‌های مد مکانیکی کاواک  $\bar{N}_b = \langle b^\dagger b \rangle$  نسبت به زمان در ضرایب واهلش مختلف مد اپتیکی  $\kappa$



شکل 3، مقادیر میانگین محاسبه شده تعداد فونون‌های مد مکانیکی کاواک  $\bar{N}_b = \langle b^\dagger b \rangle$  نسبت به زمان در ضرایب واهلش مختلف مد مکانیکی  $\gamma$ .

سازی شد. از نمودار تعداد متوسط فونون‌ها برحسب زمان می‌توان نتیجه گرفت که هرچه ضریب واهلش مد اپتیکی  $\kappa$ ، بزرگتر باشد تعداد متوسط فونون‌ها دیرتر به تعداد واحد می‌رسند و فرآیند سردسازی کندتر اتفاق خواهد افتاد (شکل 2) این وضعیت برای ضریب واهلش مد مکانیکی برعکس است یعنی با افزایش ضریب واهلش مد مکانیکی کاواک  $\gamma$  تعداد متوسط فونون‌ها زودتر به تعداد واحد می‌رسند و فرآیند سردسازی سریعتر اتفاق خواهد افتاد (شکل 3). با افزایش جفت شدگی بین مدهای اپتیکی و مکانیکی کاواک  $g$ ، ارتعاش نوسانگر (مد مکانیکی کاواک) با سرعت بیشتری شروع به کند شدن می‌کند (شکل 4). همچنین با تکرار شبیه‌سازی با حضور یک کیوبیت در سامانه، نشان داده شد که فرآیند سردسازی با سرعت بیشتری اتفاق می‌افتد (شکل 5). نتایج به‌دست آمده با نتایج حاصل از [10]، تطابق دارد.

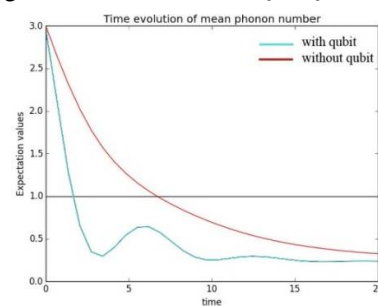
### مراجع

- [1] Y.C. Liu, H. Yu-Wen, W.C. Wei, X. Yun-Feng, Review of cavity optomechanical cooling, *Chinese Physics B* **22** 11 (2013) 114213.
- [2] J.D. Teufel, T. Donner, D. Li, J.W. Harlow, M.S. Allman, K. Cicak, A.J. Sirois, J.D. Whittaker, W. Lehnert, R.W. Simmonds, *Nature (London)* **475** (2011) 359.
- [3] J. Chan, T.P. Alegre, A.H. Safavi-Naeini, J.T. Hill, A. Krause, S. Groeblacher, M. Aspelmeyer, O. Painter, *Nature (London)* **478** (2011) 89.
- [4] M. Aspelmeyer, T.J. Kippenberg, F. Marquardt, Cavity optomechanics. *Review Modern Physics* **86** (2014) 1391.

$\sigma_+, \sigma_-, \omega_q$  توصیف می‌شود به سامانه، هامیلتونی سیستم به صورت زیر تغییر خواهد کرد:

$$H = -\hbar\Delta a^\dagger a + \hbar\omega_m b^\dagger b + \hbar g a^\dagger a (b^\dagger + b) + \hbar\Omega(a + a^\dagger) + \omega_q(\sigma_+ \sigma_-) + g_{qc}(a + a^\dagger)(\sigma_+ + \sigma_-) \quad 7$$

$g_{qc}$  ضریب جفت‌شدگی کیوبیت با مد اپتیکی کاواک است. تکرار محاسبات آهنگ واهلش تعداد فونون‌های مد نوسانی کاواک  $\langle b^\dagger b \rangle$  تابع زمان در شکل 5 با حالت قبلی (بدون حضور کیوبیت در سامانه) مقایسه شده است. کیوبیت با جفت شدگی که با مد اپتیکی ایجاد می‌کند موجب تقویت فرآیند سرمایه‌ش حرکت ارتعاشی نوسانگر می‌شود در نتیجه سرمایه‌ش نوسانگر سریع‌تر اتفاق می‌افتد. شبیه‌سازی با پارامترهای  $\kappa = 0.0007$ ،  $g = g_{qc} = 0.1$ ،  $n_{th} = 3$  و  $\gamma = 0.09$  انجام شده است. مطابق شکل حدود 7 واحد زمانی، زمان لازم است تا در حالت بدون حضور کیوبیت در سامانه، افت فونون‌ها از  $\bar{N}_b = 3$  به مقدار  $\bar{N}_b = 1$  اتفاق بیفتد در حالی که این بازه زمانی در حضور کیوبیت به حدود 2 واحد کاهش می‌یابد.



شکل 5. نمودار تحول زمانی فونون‌ها در حضور و عدم حضور ذره کیوبیت در سامانه.

### نتیجه‌گیری

در این تحقیق سردسازی مد مکانیکی یک کاواک اپتومکانیکی بوسیله بسته کیوتیب برای پایتون شبیه

optomechanical systems, *Physical Review E* **91** 1 (2015) 013307.

[8] Site: <http://qutip.org/>

[9] J.R. Johansson, P.D. Nation, F. Nori, QuTiP 2: A Python framework for the dynamics of open quantum systems, *Computer Physics Communications* **184** (2013) 1234.

[10] Y.C. Liu, Y.F. Xiao, X. Luan, C.W. Wong, *Physical Review Letters* **110** (2013), 153606.

[5] ک. جلابپور، شبیه‌سازی سردسازی کوانتومی در یک کاواک اپتومکانیکی، پایان‌نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه هرمزگان، (1395).

[6] Z. Mahmoudi, S. Shakeri, O. Hamidi, M.H. Zandi, A. Bahrampour, Generation of motional entangled coherent state in an optomechanical system in the single photon strong coupling regime, *Journal of Modern Optics* **62** 19 (2015) 1685-1691.

[7] P.D. Nation, J.R. Johansson, M.P. Blencowe, A.J. Rimberg, Iterative solutions to the steady-state density matrix for