مطالعه اثر برهمکنش‌های کوتاه‌برد الکترونی و پهنای چاه کوانتومی بر تابع دی‌الکتریک نانولایه‌های نیم‌رسانا

وحدت رفیعی*، ایرج رمضانی، صادق صلواتی فرد

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه پیام نور، ایران

چکیده

در این مقاله، با استفاده از تابع تصحیح میدان موضعی هابارد و همچنین تابع ساختار، به بررسی اثر برهمکنش‌های کوتاه برد الکترونی و پهنای چاه کوانتومی بر رفتار تابع دی‌الکتریک سیستم گاز الکترون دوبعدی در حالات دمای صفر و دمای محدود می‌پردازیم. برای چگالی‌های الکترونی پائین تقریب فاز تصادفی معتبر نبوده و لازم است اثرات کوتاه‌برد از طریق تصحیح هابارد وارد محاسبات شود. نشان خواهیم داد با وجودی که رفتار کلی تابع دی الکتریک گاز الکترون دوبعدی در تقریب‌های فاز تصادفی و هابارد از نظر کیفی شبیه بوده، اما اثرات قابل ملاحظه و تفاوت در مقادیر کمی است.

کلیدواژگان: برهمکنش‌های کوتاه برد الکترونی، نانولایه، تقریب هابارد، تابع دی‌الکتریک، گاز الکترونی دوبعدی

مقدمه

در سه دههٔ اخیر توجه بسیاری از دانشمندان حوزهٔ فیزیک نظری و تجربی به ساختارهای نیم‌رسانای ناهمگون دوبعدی معطوف شده است. این ساختارها به‌علت داشتن فیزیک غنی و کاربردهای روز افزون هنوز هم از منظر دانشمندان جالب توجه و قابل مطالعه هستند [۱].

با ظهور و گسترش روزافزون علوم نانو و کاربردهای فراوان و فیزیک غنی موجود در ساختارهای با ابعاد پایین، توجه دانشمندان در چند دههٔ اخیر به ساختارهای نیم‌رسانای ناهمگون با بعد پایین معطوف گردیده است. یکی از این ساختارهای مهم چاه کوانتومی دوگانه جفت شده است.

این ساختار در حقیقت از نانولایه نیم‌رسانای ناهمگون مثل GaAlAs/GaAs/GaAlAs تشکیل شده که به‌طور موازی و در فاصله‌ای ثابت از یکدیگر قرار گرفته‌اند. رفتار این سیستم الکترونی بس‌ذره‌ای با تابع دی‌الکتریک دینامیک آن تشریح می‌گردد.

با استفاده از نظریهٔ بس‌ذره‌ای کوانتومی و با بهره‌گیری از تابع قطبش‌پذیری الکترونی و تبدیل فوریه برهمکنش کولنی سیستم تابع دی‌الکتریک قابل تعریف است. اما برای یافتن صورت مناسبی از تعریف تابع لازم است تقریب فاز تصادفی در محاسبات وارد گردد. در این مقاله با بهره‌گیری از نظریهٔ بس‌ذره‌ای کوانتومی وابسته به دما به بررسی اثر ضخامت نانولایه‌ها یا به‌طور معادل پهنای چاه کوانتومی بر تابع دی‌الکتریک دینامیک ساختار چاه‌های کوانتومی دوگانه با جفت‌شدگی کولنی و همچنین اثر برهمکنش‌های آن بر تابع دی‌الکتریک می‌پردازیم. اهمیت این محاسبات در این است که

*نویسنده مسئول: V.Rafee@gmail.com

رابطهٔ بین هندسهٔ چنین ساختاری با رفتار تابع دی‌الکتریک آن، که در بردارنده اطلاعات مهمی از ویژگی‌های الکترونی سیستم است را به نمایش می‌گذارد. در سال‌های گذشته مقاله‌های فراوانی به مطالعه اثرات پهنای چاه کوانتومی و برهمکنش‌های کوتاه‌برد بر کمیت‌هـای بس‌ذره‌ای پرداخته‌انـد [٤-٢].

مبنای نظری

نظریهٔ مورد استفاده جهت مطالعهٔ چنین سیستم‌هایی، نظریهٔ بس‌ذره‌ای کوانتومی است که با بهره‌گیری از کوانتش دوم، با موفقیت پدیده‌های فیزیکی این سیستم‌های بس‌ذره‌ای برهمکنشی را توجیه می‌کند. در قلب نظریهٔ بس‌ذره‌ای، مفهوم تابع دی‌الکتریک دینامیک سیستم گنجانده شده است که عمده اطلاعات سیستم در بخش‌های حقیقی و موهومی آن نهفته می‌باشد و با استفاده از آن بسیاری از توابع مهم دیگر این نظریه تعریف می‌شوند. یکی از این توابع مهم، تابع برهمکنش استتار شده سیستم است که به‌طور مستقیم با استفاده از تابع دی‌الکتریک دینامیک سیستم ساخته می‌شود. برای محاسبهٔ تابع دی‌الکتریک تقریب‌های متفاوتی از قبیل تقریب فاز تصادفی RPA، تقریب هابارد و تقریب STLS وجود دارد که وجه تمایز این تقریب‌ها، در برگرفتن انواع برهمکنش‌های کوتاه برد و بلند برد الکترونی است [٥،٦].

تقریب اصلی برای محاسبهٔ تابع قطبش‌پذیری $\chi^{(\circ)}(\vec{q},\omega)$ و تابع دی‌الکتریک $\varepsilon(\vec{q},\omega)$ تقریب فاز تصادفی بوده که برهمکنش‌های الکترونی کوتاه‌برد را نادیده گرفته و برای چگالی‌های الکترونی زیاد قابل قبول است. با کم شدن چگالی الکترونی n و به تبع آن افزایش پارامتر r_s پاسخ تابع دی‌الکتریک تقریب فاز تصادفی رفته رفته با تجربه فاصله گرفته و اعتبار خود را از دست می‌دهد. برای حفظ اعتبار تقریب فاز تصادفی در سیستم‌های الکترونی با چگالی کم، هابارد تصحیح میدان موضعی استاتیکی را پیشنهاد نمود [٧]، که امروزه به تقریب هابارد معروف است.

در این مقاله با استفاده از فرمالیسم دمای صفر و دمای متناهی نظریهٔ بس‌ذره‌ای به محاسبه تابع دی‌الکتریک دینامیک سیستم گاز الکترون دوبعدی در تقریب‌های فاز تصادفی و هابارد پرداخته و نتایج را مقایسه نموده‌ایم و همچنین ساختار مورد بررسی، دو نانولایه از جنس نیم‌رسانای ناهمگون با پایهٔ GaAs آلائیده نوع n و با ضخامت L می‌باشد که به‌طور موازی با یکدیگر و در فاصلهٔ d از هم قرار دارند. دمای سیستم در کل محاسبات پایین نگه داشته می‌شود تا از طرفی از برهمکنش الکترون-فوتون صرف نظر شده و از طرف دیگر سیستم در حالت پایه خود قرار نداشته باشد. از این رو نظریهٔ مورد استفاده، نظریهٔ بس‌ذره‌ای کوانتومی غیر نسبیتی در دمای متناهی است. در این محاسبات چگالی الکترونی دو لایه یکسان در نظر گرفته شده تا تفاوتی میان لایهٔ اول و دوم بوجود نیاید. نکته مهم دیگر این است که در کل محاسبات از آحاد مؤثر اتمی استفاده شده است. بنابراین

$$\hbar=\frac{e^2}{2m^*}=1$$

با توجه به این دستگاه آحاد بردار موج فرمی، انرژی فرمی و دمای فرمی هر یک از لایه‌ها به‌صورت ذیل قابل محاسبه می‌باشد.

$$T_f=\frac{E_f}{K_B}, E_f=K_f^2, K_f=\frac{\sqrt{2}}{r_s}$$

که در آن K_B ثابت بولتزمن می‌باشد. با توجه به مقدار چگالی الکترونی سیستم $(r_s=1)$ مقادیر فوق

به‌ترتیب برابر، $E_f=2,\ K_f=1/41,\ T_f=125K$ خواهد بود. با استفاده از نظریهٔ بس‌ذره‌ای برای محاسبه تابع دی‌الکتریک سیستم به توابع $\chi_{2D}(\vec{q},\omega,T)$ و $V(\vec{q})$ که به‌ترتیب معرف تابع قطبش پذیری الکترونی و برهمکنش استتار نشده کولنی می‌باشد نیاز داریم. تابع قطبش پذیری الکترونی سیستم دوبعدی وابسته به دما به‌صورت ذیل محاسبه می‌شود [۸،۹]:

$$\chi_{2D}(\vec{q},\omega)=-\frac{1}{\pi h}\int d^2K\, n(\varepsilon_{\vec{K}})\times \left[\frac{1}{\omega-\left(\vec{q}.\vec{K}+\frac{q^2}{2}\right)+i\eta}-\frac{1}{\omega+\left(\vec{q}.\vec{K}+\frac{q^2}{2}\right)+i\eta}\right] \quad ۱$$

که در آن n تابع توزیع فرمی–دیراک است.

پس از ساده‌سازی و انجام محاسبات قسمت‌های حقیقی و موهومی تابع قطبش‌پذیری الکترونی وابسته به دما به‌صورت ذیل به‌دست می‌آید [۸،۹]:

$$\mathrm{Im}[\chi_{2D}(\vec{q},\omega)]=\frac{\sqrt{t\pi}}{\frac{2q}{K_f}}\left[F_{-\frac{1}{2}}\left(\frac{A^+}{t}\right)-F_{-\frac{1}{2}}\left(\frac{A^-}{t}\right)\right] \quad ۲$$

در رابطهٔ بالا $F_{-\frac{1}{2}}$ تابع فرمی مرتبه $-\frac{1}{2}$ و

$$A^{\pm}=\tilde{\mu}-\left(\frac{\omega/E_f}{2q/K_f}\pm\frac{2q/K_f}{2}\right)^2$$

و

$$\tilde{\mu}=\frac{t}{K_B T}\ln\left[\exp\left(\frac{1}{t}\right)-1\right]$$

که به‌طور مشابه برای محاسبهٔ قسمت حقیقی خواهیم داشت [۸،۹]:

$$\mathrm{Re}[\chi_{2D}(\vec{q},\omega)]=-\frac{1}{\exp\left(-\frac{\tilde{\mu}}{t}\right)+1}+\frac{\mathrm{sgn}(a_+)}{\frac{q}{K_f}}M_t(a_+^2)-\frac{\mathrm{sgn}(a_-)}{\frac{q}{K_f}}M_t(a_-^2) \quad ۳$$

در رابطهٔ بالا sgn تابع علامت و

$$M_t=\int_0^{\infty}d\tilde{\mu}'\frac{(X-\mu')^{\frac{1}{2}}}{4t\cosh^2\left(\frac{\tilde{\mu}'-\tilde{\mu}}{2t}\right)}$$

می‌باشد. حال که قسمت‌های حقیقی و موهومی تابع قطبش‌پذیری الکترونی دوبعدی وابسته به دما در اختیار است باید به بررسی ماتریس تابع دی‌الکتریک بپردازیم [۸]:

$$e(\vec{q},w,T)=\begin{pmatrix}1-V_{11}(\vec{q})c_1(\vec{q},w,T) & V_{12}(\vec{q})c_1(\vec{q},w,T)\\ V_{21}(\vec{q})c_2(\vec{q},w,T) & 1-V_{22}(\vec{q})c_2(\vec{q},w,T)\end{pmatrix} \quad ٤$$

در این ماتریس V_{ii} معرف پتانسیل کولنی درون لایه‌ای و V_{jj} معرف پتانسیل کولنی بین لایه‌ای است که به‌صورت زیر در دستگاه آحاد اتمی مؤثر تعریف می‌شود [۱۰]:

$$V_{ij}(\vec{q})=\frac{4\pi}{q}F_{ij}(\vec{q})\exp(-qd(1-\delta_{ij})) \quad ۵$$

بنابر رابطهٔ بالا خواهیم داشت $V_{12}=V_{21}$. نکتهٔ مهم در رابطه بالا تابع $F_{ij}(\vec{q})$ است که هندسه لایه‌ها را در برداشته و برای چاه پتانسیل مربعی به‌صورت زیر تعریف می‌گردد [۸]:

$$F_{ii}(X)=\frac{3X+\frac{8\pi^2}{X}}{X^2+4\pi^2}-\frac{32\pi^4[1-\exp(-x)]}{X^2(X^2+4\pi^2)^2} \quad ٦$$

$$F_{ij}(X)=\frac{64\pi^4\sinh^2\left(\frac{X}{2}\right)}{X^2(X^2+4\pi^2)^2}\exp(-qd) \qquad ۷$$

در روابط بالا d فاصلهٔ میان لایه‌های موازی و $X=qL$ بوده که ضخامت لایه‌ها را وارد محاسبه می‌نماید.

اصولاً برهمکنش بین دو ذره که بین ذرات دیگر واقع شده‌اند، بوسیلهٔ تابع پتانسیل استتار شده توضیح داده می شود [٥].

$$W(\vec{q},\omega)=\frac{V(\vec{q})}{\varepsilon(\vec{q},\omega)} \qquad ۸$$

که در آن $V(\vec{q})$ پتانسیل کولنی و $\varepsilon(\vec{q},\omega)$ تابع دی‌الکتریک می‌باشد.

از طرفی با استفاده از RPA برای محاسبهٔ تابع دی‌الکتریک خواهیم داشت [۱،٥،۸]:

$$\varepsilon_{RPA}(\vec{q},\omega)=1-V(\vec{q})\Pi^{(0)}(\vec{q},\omega) \qquad ۹$$

بخش‌های حقیقی و موهومی تابع قطبش‌پذیری در فرمالیسم دمای صفر نظریهٔ بس‌ذره‌ای به‌صورت زیر تعریف می‌شوند [۸]:

$$\mathrm{Im}\chi^{(0)}_{2D}(q,\omega)=\frac{m^*k_F}{4\pi q^2\hbar}\left[\sqrt{(2kq)^2-(2\omega-q^2)^2}-\sqrt{(2kq)^2+(2\omega-q^2)^2}\right] \qquad ۱۰$$

$$\mathrm{Re}\chi^{(0)}_{2D}(q,\omega)=\frac{m^*k_F}{\pi q^2\hbar}\left[\sqrt{(\omega^2-\frac{q^2}{2})^2-q^2}-+\sqrt{(\omega^2-\frac{q^2}{2})^2-q^2}-q^2\right] \qquad ۱۱$$

اکنون تمام توابع لازم را در اختیار داشته و می‌توانیم به تعریف تقریب هابارد بپردازیم. هابارد یک فاکتور تصحیح کننده برای تابع دی‌الکتریک RPA در نظر گرفت که به فرم زیر است [۷]:

$$\varepsilon(\vec{q},\omega)=1-\frac{V(\vec{q})\chi^{\circ}(\vec{q},\omega)}{1+V(\vec{q})\chi^{\circ}(\vec{q},\omega)G_H(\vec{q})} \qquad ۱۲$$

که در آن به $G_H(\mathbf{q})$ تصحیح میدان موضعی می‌گویند که در تقریب هابارد دوبعدی دارای فرم تحلیلی زیر می‌باشد [۱۱]:

$$G_H(\vec{q},\omega)=\frac{1}{2}\frac{\vec{q}}{\sqrt{q^2+k_F^2}} \qquad ۱۳$$

عامل $G_H(\vec{q})$ به نوعی بیانگر حضور یک «حفره تبادلی-همبستگی» در اطراف الکترون است. به‌دلیل وجود حفره تبادلی-همبستگی در اطراف هر الکترون، وقتی که یک الکترون در حال مشارکت در استتار دی‌الکتریک است، دیگر الکترون‌ها با احتمال کمتری در نزدیکش یافت می‌شوند، که ناشی از اصل طرد پائولی برای فرمیون‌ها است. این پدیده می‌تواند آثاری روی طبیعت استتار دی‌الکتریک داشته باشد. تابع دی‌الکتریک هابارد یک تقریب استاتیک است.

محاسبات و نتایج

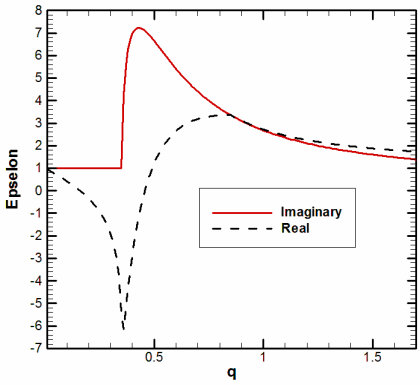
با استفاده از روابط فوق و در نظر گرفتن $n=1/15\times10^{11}cm^{-2}$ و $q=0/5k_F$ و در موارد وابسته به دما $T=T_F$ به محاسبهٔ تابع دی‌الکتریک دینامیک سیستم گاز الکترون دوبعدی در تقریب‌های فاز تصادفی و هابارد پرداخته و نتایج را مقایسه نموده‌ایم. در شکل‌های۱ و۲ تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در حالت پایه (دمای صفر) به‌صورت تابعی از بردار موج به‌ترتیب در تقریب‌های فاز تصادفی و هابارد محاسبه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود اثرات بسیار خفیف بوده و تقریب‌های فاز تصادفی و هابارد نتایج مشابهی ارائه می‌دهند.

در شکل‌های۳ و٤ تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در حالت پایه (دمای صفر) به‌صورت تابعی از فرکانس به‌ترتیب در تقریب‌های فاز تصادفی و

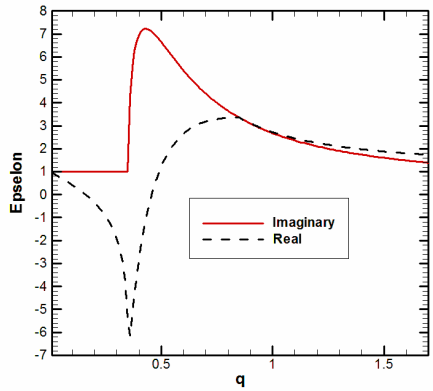
هابارد محاسبه شده است. اثر تقریب هابارد در شکل های٣و ٤ بسیار جالب است. در واقع هم بخش حقیقی و هم بخش موهومی تابع دی‌الکتریک دینامیک سیستم افزایش قابل توجهی نسبت به تقریب فاز تصادفی دارند.

در شکل‌های٥ و ٦ تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای متناهی را به‌صورت تابعی از فرکانس به‌ترتیب در تقریب‌های فاز تصادفی و هابارد نمایش می‌دهد. اثر جالبی که اینجا مشاهده می‌شود رفتار متفاوت با شکل‌های ٣ و ٤ می‌باشد. در حالت دمای متناهی محاسبات نشان می‌دهد تقریب فاز تصادفی مقادیر بزرگتری برای بخش‌های حقیقی و موهومی تابع دی‌الکتریک نسبت به تقریب هابارد پیش‌بینی می‌کند.

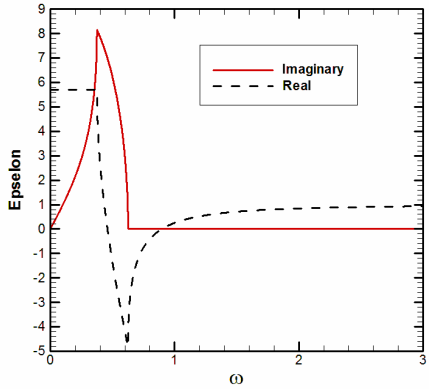
و نهایتاً شکل٧ به اندازه یا نرم تابع دی الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای متناهی که در تقریب‌های فاز تصادفی و هابارد محاسبه شده، اختصاص دارد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در این حالت نیز مقدار تابع در تقریب فاز تصادفی بزرگتر می‌باشد. همان‌طور که پیشتر اشاره شد، در چگالی‌های الکترونی پائین به علت مهم بودن برهمکنش‌های کوتاه‌برد الکترونی، تقریب فاز تصادفی معتبر نبوده و نتایج حاصل از تقریب هابارد قابل قبول می‌باشد.



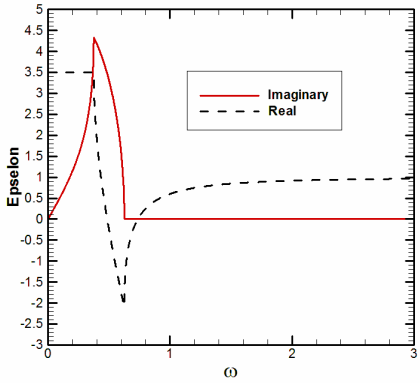
شکل١. بخش‌های حقیقی و موهومی تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای صفر (حالت پایه) به‌صورت تابعی از بردار موج در تقریب فاز تصادفی.



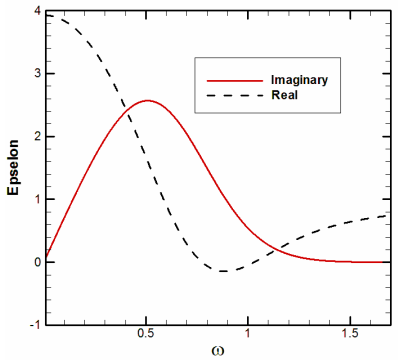
شکل٢. بخش‌های حقیقی و موهومی تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای صفر (حالت پایه) به‌صورت تابعی از بردار موج در تقریب هابارد.



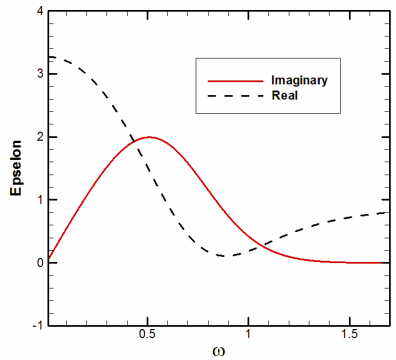
شکل٣. بخش‌های حقیقی و موهومی تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای صفر (حالت پایه) به‌صورت تابعی از فرکانس در تقریب فاز تصادفی.



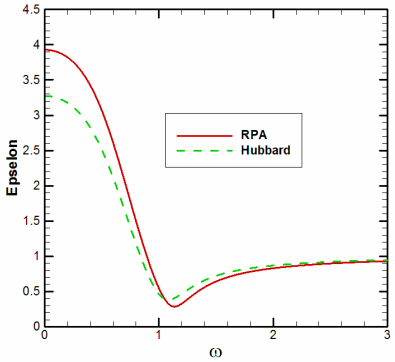
شکل٤. بخش‌های حقیقی و موهومی تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای صفر (حالت پایه) به‌صورت تابعی از فرکانس در تقریب هابارد.



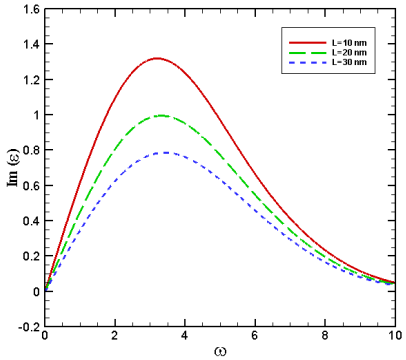
شکل۵. بخش‌های حقیقی و موهومی تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای متناهی به‌صورت تابعی از فرکانس در تقریب فاز تصادفی.



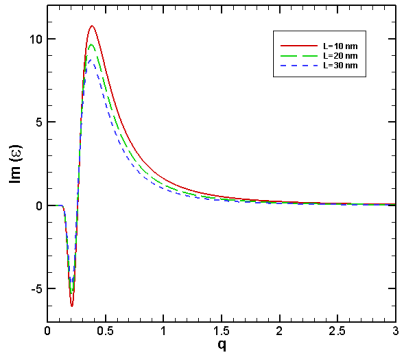
شکل۶. بخش‌های حقیقی و موهومی تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای متناهی به‌صورت تابعی از فرکانس در تقریب هابارد.



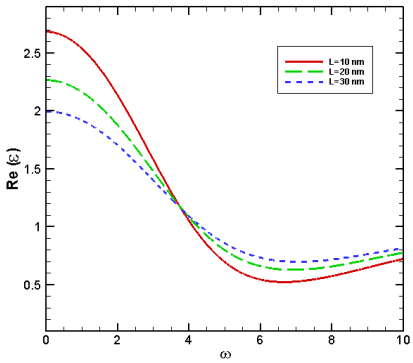
شکل۷. نرم تابع دی‌الکتریک گاز الکترون دوبعدی در دمای متناهی به‌صورت تابعی از فرکانس در تقریب های فاز تصادفی و هابارد.



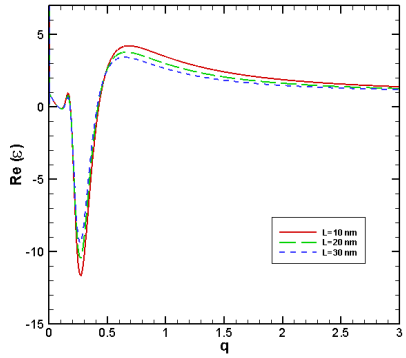
شکل۸. بخش موهومی تابع $\varepsilon(\vec{q},\omega,T)$ برحسب ω که برای $q=q_f$ محاسبه شده است.



شکل۹. بخش موهومی تابع $\varepsilon(\vec{q},\omega,T)$ برحسب q که برای $q=q_f$ محاسبه شده است.



شکل۱۰. بخش حقیقی تابع $\varepsilon(\vec{q},\omega,T)$ برحسب ω که برای $q=q_f$ محاسبه شده است.



شکل۱۱. بخش حقیقی تابع $\varepsilon(\vec{q},\omega,T)$ برحسب q که برای $q=q_f$ محاسبه شده است.

با توجه به نظریه ارائه شده قصد داریم که تابعیت $\mathrm{Re}\,\varepsilon(\vec{q},\omega,T),\mathrm{Im}\,\varepsilon(\vec{q},\omega,T)$ را نسبت به پهنای چاه پتانسیل یا به‌طور معادل ضخامت نانولایه‌ها بررسی کنیم. بدین منظور دمای سیستم را برابر با T_f یعنی ۱۲۵K در نظر گرفته و محاسبات را برای $\mathrm{L}=10,20,30(\mathrm{nm})$ انجام خواهیم داد.

در شکل۸ تابعیت $\mathrm{Im}\,\varepsilon(\vec{\mathrm{q}},\omega,\mathrm{T})$ که برحسب ω در $\mathrm{q}=\mathrm{q_f}$ محاسبه شده است نسبت به پهنای مذکور نمایش داده شده است. محاسبات ارائه شده در شکل۸ نشان می‌دهد که افزایش پهنای چاه کوانتومی منجر به کاهش مقادیر بخش موهومی تابع دی‌الکتریک می‌شود.

در شکل۹ بخش موهومی $\varepsilon(\vec{q},\omega,T)$ را که برحسب q رسم شده است مورد بررسی قرار می‌دهد. شایان ذکر است که با وجودی که پهنای متفاوت رفتار تابع را عوض نمی‌کند ولی به‌طور قابل ملاحظه‌ای برمقدار تابع تأثیر دارد. همان رفتاری که در شکل۸ مشاهده شد اینجا نیز برای قدر مطلق مقادیر برقرار می‌باشد.

در شکل‌های۱۰ و۱۱ به‌ترتیب قسمت‌های حقیقی تابع دی‌الکتریک را برحسب ω,q نمایش می‌دهیم. در این حالات نیز اثر پهنای چاه کوانتومی بر مقدار تابع غیر قابل چشمپوشی است. همان‌طور مشاهده می‌شود که افزایش پهنای چاه کوانتومی منجر به کاهش قدر مطلق مقادیر تابع دی‌الکتریک دینامیک سیستم در تقریب فاز تصادفی می‌گردد.

نتیجه‌گیری

در این مقاله به بررسی اثرات برهمکنش‌های کوتاه‌برد (میدان موضعی) و پهنای چاه کوانتومی بر رفتار تابع دی‌الکتریک دینامیک سیستم گاز الکترون دو بعدی پرداخته‌ایم. محاسبات بر مبنای نظریهٔ بس‌ذره‌ای کوانتومی غیر نسبیتی با استفاده از تقریب فاز تصادفی در حالت پایه (دمای صفر) آغاز شده است و سپس اثرات میدان موضعی از طریق تقریب هابارد در محاسبات وارد می‌گردد. سپس با در نظر گرفتن اثرات میدان موضعی که در چگالی‌های الکترونی کم بسیار مهم است، مقادیر تابع دی‌الکتریک سیستم را تغییر می‌دهد، هرچند که رفتار آن ثابت باقی می‌ماند. سپس اثرات مربوط به پهنای چاه کوانتومی در حالت دمای محدود به محاسبات تقریب فاز تصادفی اضافه گردید. محاسبات نشان می‌دهد که تأثیر پهنای چاه کوانتومی بر رفتار بخش‌های حقیقی و موهومی تابع دی‌الکتریک بسیار با اهمیت می‌باشد.

منابع

[1] M.J. Kelly, Low-dimensional semiconductors: materials, physics, technology, devices. Oxford University Press on Demand, (1995).

[2] T. Vazifehshenas, T. Salavati-fard, Inelastic Coulomb scattering rate within the finite-temperature Hubbard approximation, *Physica Scripta* 81 2 (2010) 025701.

[3] T. Vazifehshenas, T. Salavati-fard, Quantum size effect on inelastic scattering rate in quantum layers, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures* 41 7 (2009) 1297-1300.

[4] T. Vazifehshenas, A. Eskourchi, Thickness effects on the Coulomb drag rate in double

quantum layer systems. Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 36 2 (2007) 147-152.

[5] A.L. Fetter, J.D. Walecka, Quantum Theory of Many-Particle Systems, MacGraw Hill, New York, (1971).

[6] G. D. Mahan, Many-Particle Physics, Planum, New York, (1990).

[7] J. Hubbard, The description of collective motions in terms of many-body perturbation Theory. II. The correlation energy of a free-electron gas, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 243 1234 (1958) 336-352.

[8] L. Zheng, S.D. Sarma, Coulomb scattering lifetime of a two-dimensional electron gas, *Physical Review B* 53 15 (1996) 9964.

[9] K. Flensberg, B.Y.K. Hu, Plasmon enhancement of Coulomb drag in double-quantum-well systems, *Physical Review B* 52 20 (1995)14796.

[10] R. Senger, B. Tanatar, Energy-transfer rate in a double-quantum-well system due to Coulomb coupling, *Solid state communications* 121 2 (2002) 61-65.

[11] M. Jonson, Electron correlations in inversion layers, *Journal of Physics C: Solid State Physics* 9 16 (1976) 3055.