

احتمال عبور شبه‌ذرات در یک ابرشاره فراسرد دوکاناله: اثرات اندازه

سیستم در چارچوب تقریب شبه‌کلاسیکی BCS

ندا ابراهیمیان*

دانشکده علوم، گروه فیزیک، دانشگاه شاهد، تهران، ایران

چکیده

از مهم‌ترین موضوعات در ابرشاره‌های فرمی فراسرد دو کاناله با انرژی‌های مختلف، بررسی اثر اندازه سیستم بر پارامترهای مختلف فیزیکی است. یکی از پارامترهای مهم در چنین سیستم‌هایی احتمال عبور مرزی بین فاز ابرشاره و نرمال است. در این مقاله با استفاده از معادلات بوگلیوف و اختلال مرتبه اول برای دو کانال و همچنین با در نظر گرفتن تقریب مربوط به ناحیه عمیق BCS برای اندازه حرکت شبه‌ذرات و شبه‌حفره‌ها، اثرات اندازه سیستم که در چارچوب تقریب شبه‌کلاسیکی BCS بیان شده است را بر ضریب تراکسیل مرزی یک سیستم فراسرد دو کاناله محاسبه و نمودارهای فیزیکی مربوطه به‌طور جداگانه رسم و مقایسه شده است.

کلیدواژگان: ابرشاره، فراسرد، معادلات بوگلیوف، گاز فرمی قطبیده.

مقدمه

دماهای پایین توزیع اصلی برای پراکندگی به $l = 0$ نسبت داده می‌شود (یعنی تابع موج S). لذا در این سیستم‌ها برهم‌کنش به‌وسیله پارامتر a_p که به طول پراکندگی موج S نسبت داده می‌شود، بیان می‌شود و مقدار آن می‌تواند توسط یک میدان مغناطیسی خارجی نزدیک پهنای تشدید فشاخ (FR) تنظیم شود و این مهم‌ترین مشخصه برای این سیستم‌ها است. در واقع می‌توان گفت که این روش به فیزیکدانان تجربی این امکان را می‌دهد که بتوانند برهم‌کنش‌های بین اتم‌ها را کنترل کنند. حضور FR از طریق اعمال میدان مغناطیسی در اتم‌های یک گاز فرمیونی فراسرد باعث شروع برهم‌کنش بین اتم‌ها می‌شود. ما بر روی دو تا از

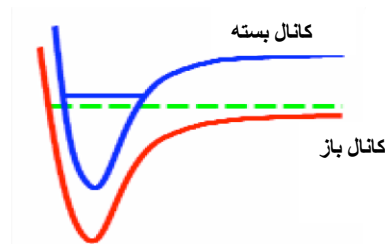
نظریه "گذار از باردین-کوپر-شریفر به چگالش بوز-انیشتین" از نظریه‌های مهم و اساسی در فیزیک ابررساناها و ابرشاره‌ها به حساب می‌آید [۱-۲]. این نظریه توضیح می‌دهد که چگونه یک سیستم به‌طور یکنواخت از حالت BCS تا تشکیل مولکول‌های چگالیده بوز-انیشتین، پیش می‌رود. اهمیت این نظریه در این است که به ما این امکان را می‌دهد برهم‌کنش‌های بین ذرات را تنظیم کنیم. اثرات برهم‌کنش در گازهای فرمی تبهگن کوآنتومی می‌تواند با کم‌ترین تعداد پارامترها در فیزیک مربوط به برهم‌کنش‌های دوجسمی، مدل شود. در محدوده

پایین ترین سطوح اتمی 6Li که با $|F, m_F\rangle$ نشان داده می شوند، تمرکز می کنیم. همان طور که می دانیم حالت $S = 1$ مربوط به تشکیل حالت اسپینی سه گانه است که به آن اصطلاح کانال باز اطلاق می گردد. به طور مشابه، به حالت $S = 0$ یعنی حالت اسپینی یگانه، اصطلاح کانال بسته اطلاق می گردد (شکل ۱) [۳]. وقتی دو اتم با هم برهم کنش می کنند می توانند یکی از این حالت ها را تشکیل دهند که شرایط وقوع این دو رخداد توسط برهم کنش های ریز هسته ای می تواند تغییر کند و به یکدیگر تبدیل شود (طبعاً انرژی حالت $S = 0$ با $S = 1$ یکسان نیست). اگر فرض کنیم دو ذره با هم برهم کنش داشته و حالت اسپینی سه گانه را تشکیل دهند، در یک حالت غیر مقید واقع شده اند (قسمت فضائی تابع موج حالت سه گانه، پاد متقارن و لذا دافعه است). اگر با اعمال میدان مغناطیسی بتوان انرژی را به انرژی حالت مقید در کانال بسته نزدیک کرد، در این صورت می گوئیم که تشدید فشاخ رخ داده است. در واقع تشدید به این معناست که سیستم در حالت مقید قرار می گیرد. در این حالت سطح مقطع برخورد افزایش می یابد. در اینجا می توان گفت طول پراکندگی سیستم به طور پیوسته با میدان تغییر می کند و در میدان مربوط به تشدید فشاخ واگرا می شود.

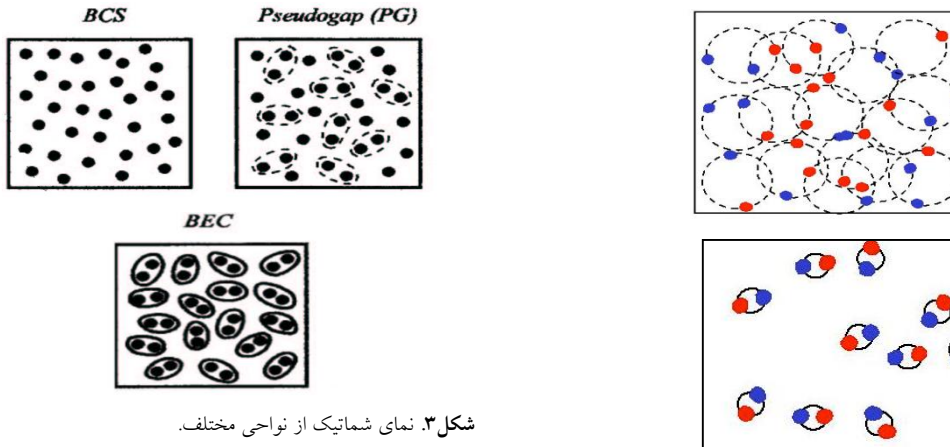
رابطه طول پراکندگی و میدان به صورت زیر است [۴]:

$$a(B) = a_{bg} \left(1 - \frac{\Delta B}{B - B_0}\right) \quad (1)$$

که در آن a_{bg} طول پراکندگی در غیاب میدان، B_0 جایی است که تشدید رخ می دهد و B میدان خارجی اعمال شده به سیستم است. در ضمن ΔB پهنای تشدید است. نکته جالب توجه این است که تنظیم میدان در گازهای قلیایی (به دلیل قوی نبودن برهم کنش ها) بسیار موفقیت آمیز است. به عنوان مثال برای ${}^{40}K$ ، تشدید در $B_0 = 202G$ و برای 6Li در $B_0 = 834G$ اتفاق می افتد [۵]. این مسئله باعث می شود که یک گذار فاز از BCS به BEC، مشاهده شود (سیستم ابرشاره ابرسانا) به طور یکنواخت، از حالت BCS تا چگالش بوز-اینشتین (BEC)، پیش می رود). لازم به ذکر است که تئوری BCS معمولی در ناحیه جفت شدگی ضعیف نتیجه می شود. در ناحیه BCS طول پراکندگی موج S منفی است و اندازه جفت ها از فضای بین ذره ای بزرگ تر است. برعکس در ناحیه BEC طول پراکندگی مثبت است، اندازه جفت ها از فضای بین ذره ای کوچک تر و مولکول های مقید به حالت چگالش در می آیند [۸-۵]. این نکات در شکل ۲ مشاهده می شود.



شکل ۱. انرژی برحسب فضای بین ذره ای



شکل ۳. نمای شماتیک از نواحی مختلف.

رخدادهای ذکر شده برای اتم‌های فرمی فراسرد (مانند 6Li و ^{40}K)، فقط در حد یک ادعای نظری نیست و در مشاهدات آزمایشگاهی نیز به‌عنوان یک پدیده قابل درک، گزارش شده‌است. چرا که در آزمایشگاه امکان تنظیم قوت برهم‌کنش‌ها (از طریق تشدید فضاخ، با به‌کار بردن میدان مغناطیسی، وجود دارد [۵-۸]). یکی از مهم‌ترین موضوعاتی که در این گذار از اهمیت بالایی برخوردار است جدائی فاز ابرشاره است که در مرکز کراهی که اطراف آن را ناحیه نرمال احاطه کرده، قرار می‌گیرد که علاوه بر تحقیقات نظری، در زمینه تجربی نیز بسیار مورد توجه است. یکی از مسائل مهمی که در این سیستم‌ها مورد توجه است محاسبه ضریب تراگیسل در مرز بین دو ناحیه است. از طرفی در نمونه‌های کوچک اثرات افت و خیز گاف انرژی مهم و قابل توجه می‌باشد. از آنجایی که گاف انرژی پارامتر مهمی است که در محاسبه ضریب تراگیسل یک سیستم فراسرد دو کاناله بایستی لحاظ شود، در این مقاله به اثرات اندازه که در چارچوب تقریب شبه‌کلاسیکی BCS مطرح شده است پرداخته‌ایم [۹].

شکل ۲. ناحیه BEC (بالا) و ناحیه BCS (پائین).

لذا در یک سیستم شرایط را برای رخداد هر دو پدیده BCS و BEC می‌توان ایجاد کرد. خارج از ناحیه BCS و قبل از ناحیه BEC، ناحیه میانی ظاهر می‌شود که به‌طور مرموزی باعث ایجاد ابرشارگی (ابرسانایی) می‌شود. این ناحیه میانی نام‌های مختلفی دارد. از جمله: ابرشارگی تشدید یا ناحیه شبه‌گاف یا ناحیه یکانی. برخلاف ناحیه BEC، در این ناحیه جفت‌های فرمیونی عمر طولانی ندارند. بنابراین در این سیستم‌ها گاف برانگیختگی یا همان شبه‌گاف وجود دارد (Δ_{PG}). در شکل ۳ تفاوت میان نواحی مختلف به‌وضوح دیده می‌شود [۵-۸]. همان‌طور که در شکل مشاهده می‌شود، ناحیه میانی یک تصویر مشترک از فرمیون‌های جفت‌شده از هر دو ناحیه را به نمایش می‌گذارد.

$$\hat{H}(ri) = -\frac{\hbar^2}{2m} \left(\nabla - \frac{ieA}{\hbar c} \right)^2 - \mu_i \quad ۵$$

پتانسیل $U(ri)$ عملگرهای میدان، $\psi(r \downarrow)$ و $\psi(r \uparrow)$ در ناحیه نرمال و $\Delta(r)$ گاف انرژی است. در ادامه فرض می‌کنیم که U و Δ مستقل از r باشند. لازم به ذکر است که برخلاف ناحیه نرمال، در ناحیه ابرشاره تمام پتانسیل‌های HF برابرند. معادلات بوگلیوف زیر را داریم:

$$\begin{aligned} [H(r \uparrow) + U(\uparrow)]u(r \uparrow) + \Delta v(r \downarrow) &= Eu(r \uparrow) \\ \Delta^* u(r \uparrow) - [H(r \downarrow) + U(\downarrow)]v(r \downarrow) &= Ev(r \downarrow) \end{aligned} \quad ۶$$

دسته دوم معادلات بوگلیوف با تعویض جای \uparrow و \downarrow حاصل می‌شود. برای کانال α ، $u(r \uparrow)$ را به ذره و $v(r \downarrow)$ را به حفره نسبت می‌دهیم و برای کانال β برعکس عمل می‌کنیم. در مدل ساده‌ای که ما در نظر می‌گیریم، فرض می‌کنیم که مرز بین ناحیه ابرشاره و نرمال در صفحه $x = 0$ باشد که برای ناحیه نرمال $x < 0$ و برای ناحیه ابرشاره $x > 0$ است. ویژه توابع در ناحیه ابرشاره و نرمال به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$\phi_k^{\pm(q)}(\mathbf{r}) = \exp[i(\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{r} \pm k^{(q)} x)] \quad ۷$$

$$\phi_{k(q)}^{\pm}(\mathbf{r}) = \exp[i(\mathbf{k}_{\parallel} \mathbf{r} \pm k_{(q)} x)] \quad ۸$$

در اینجا $q = p, h$ نشان‌دهنده ذره و حفره و \mathbf{k}_{\parallel} مؤلفه موازی با مرز اندازه حرکت، در ناحیه ابرشاره و نرمال است. همچنین $k^{(q)}$ و $k_{(q)}$ به ترتیب به مؤلفه‌های عمود بر مرز اندازه حرکت در ناحیه ابرشاره و نرمال بر می‌گردد (ما قرارداد می‌کنیم، قرار گرفتن q به عنوان اندیس پایین به ناحیه نرمال و در بالا به ناحیه

روش کلی حل مسأله با در نظر گرفتن دو کانال

با در نظر گرفتن یک مدل ساده برای مرز، تمام جزئیات مربوط به پراکندگی یک ذره از مرز ناحیه نرمال و ابرشاره و نواحی مختلف پراکندگی را برای یک گاز فرمی قطبیده متشکل از دو گونه فرمیونی با اسپین \uparrow و \downarrow ، جرم‌های نابرابر m_{\uparrow} و m_{\downarrow} و پتانسیل شیمیایی μ_{\uparrow} و μ_{\downarrow} می‌توان بررسی کرد. در حالت کلی برای این سیستم پتانسیل HF را در ناحیه نرمال با U_i ($i = \uparrow, \downarrow$) و در ناحیه ابرشاره با U_s نمایش می‌دهیم. هر جا اندیس $(n)s$ آورده‌ایم اشاره به ناحیه ابرشاره (نرمال) داریم. برهم‌کنش دو گونه را با ثابت جفت‌شدگی $V = -\frac{4\pi a}{m_R}$ نشان می‌دهیم که در آن $\hbar = 1$ در نظر گرفته شده است. در ضمن تعریف زیر را انجام داده‌ایم:

$$m_R = \frac{2m_{\uparrow}m_{\downarrow}}{m_{\uparrow} + m_{\downarrow}}, \quad m_{R'} = \frac{2m_{\uparrow}m_{\downarrow}}{m_{\uparrow} - m_{\downarrow}} \quad ۲$$

با وارد کردن پتانسیل U_s تعاریف زیر را برای پتانسیل شیمیایی مؤثر و غیر تعادلی داریم:

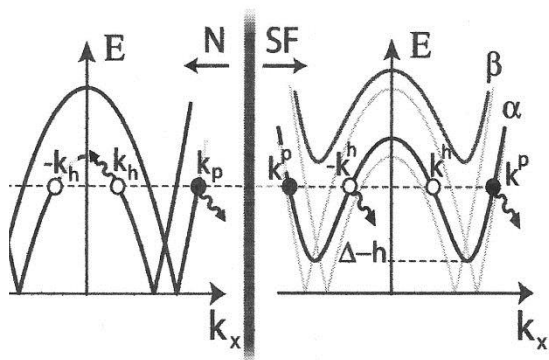
$$\begin{aligned} \mu_s &= \frac{\mu_{\uparrow} + \mu_{\downarrow}}{2} - U_s \\ h_s &= \frac{\mu_{\uparrow} - \mu_{\downarrow}}{2} \end{aligned} \quad ۳$$

بدون اینکه کلیت مسئله از بین رود فرض می‌کنیم $h_s > 0, A = 0$ است.

هامیلتونی این سیستم برابر است با:

$$\begin{aligned} \hat{H}_e = \int d^3x \sum_i [\psi^+(r i) H(r i) \psi(r i) + U(r i) \psi^+(r i) \psi(r i) \\ + \Delta(r) \psi^+(r \uparrow) \psi^+(r \downarrow) + \Delta^*(r) \psi(r \downarrow) \psi(r \uparrow)] \end{aligned} \quad ۴$$

[۱۱-۱۲] با اندازه حرکت $k_{(h)}$ ، ذره انعکاس یافته با اندازه حرکت $-k_{(p)}$ و شبه ذرات و شبه حفره‌های عبوری که اندازه حرکتشان به ترتیب $k^{(h)}$ و $k^{(p)}$ است (شکل ۴) [۹]. در این شکل حفره‌ها با دایره‌های توخالی و ذرات را با دایره‌های توپر نشان داده شده است. همچنین طیف کانال α و β به وضوح از هم جدا نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در یک کانال خاص، تمامی حالاتی که در شکل مشاهده می‌کنیم لزوماً به طور هم زمان رخ نمی‌دهند و این بستگی به محدوده انرژی دارد [۱۰].



شکل ۴. مرز بین ناحیه نرمال (سمت چپ) و ابرشاره (راست).

از به دست آوردن محدوده‌های مجاز برای $k_{(h)}$ و $k^{(p)}$ (موهومی و حقیقی)، با استفاده از روابط (۱۱-۱۴) داریم:

$$\begin{cases} 1: k^{(h)} = 0 \Rightarrow \xi_p = \xi^- - U_\uparrow + U_s \\ 2: k_{||} = 0 \Rightarrow \xi_p = \mu_\uparrow - U_\uparrow + E \\ 3: k^{(p)} = 0 \Rightarrow \xi_p = \xi^+ - U_\uparrow + U_s \\ 4: k_{(h)} = 0 \Rightarrow \xi_p = 2\varepsilon - U_\uparrow + m_r U_\downarrow - U_s (m_r - 1) \end{cases} \quad (11-14) \quad (18)$$

$$\xi_{(p)} = \frac{k_{(p)}^2}{2m_\uparrow}, \quad \xi_{(h)} = \frac{k_{(h)}^2}{2m_\downarrow} \quad (19)$$

ابرشاره، برمی‌گردد. ذره که از ناحیه نرمال به سمت مرز حرکت می‌کند دارای انرژی زیر است:

$$E_i = \left| \frac{\hbar^2 k^2}{2m_i} - \mu_i + U_i \right| \quad (9)$$

(همان‌طور که قبلاً اشاره شد، $i = \uparrow, \downarrow$ است). از حل معادلات بوگلیوف برای کانال α و β داریم:

$$E_{\alpha, \beta} = \mp h_s \pm \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{R'}} + \sqrt{\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_R} - \mu_s\right)^2 + \Delta^2} \quad (10)$$

از اینجا می‌توان روابط مربوط به اندازه حرکت را برای ذره و حفره در ناحیه نرمال و ابرشاره برای کانال α و β به دست آورد. بنابراین برای کانال α داریم [۹]:

$$k_{(h)}^2 = k_{(p)}^2 + 2m_\uparrow [U(\uparrow) - m_r U(\downarrow) + U_s (m_r - 1) - 2\varepsilon] \quad (11)$$

$$k^{(p, h)^2} = k_{(p)}^2 + 2m_\uparrow (U(\uparrow) - U_s - \xi^\pm) \quad (12)$$

$$2\varepsilon = (E + h_s)(1 + m_r) + \mu_s(1 - m_r) \quad (13)$$

$$\xi^\pm = \varepsilon \mp \sqrt{\varepsilon^2 - m_r \Delta^2} \quad (14)$$

در روابط بالا $m_r = \frac{m_\downarrow}{m_\uparrow}$ نسبت جرم است. توابع موج

برای ناحیه نرمال این سیستم به صورت زیر است:

$$u_k^{(n)}(\mathbf{r}, \uparrow) = \sum_{\sigma=\pm} U_{k(p)}^\sigma \phi_k^\sigma(\mathbf{r}) \quad (15)$$

$$v_k^{(n)}(\mathbf{r}, \downarrow) = \sum_{\sigma=\pm} V_{k(h)}^\sigma \phi_k^\sigma(\mathbf{r})$$

برای ناحیه ابرشاره نیز داریم:

$$u_{dk}^{(s)}(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=\pm} U_k^{\sigma(q)} \phi_k^{\sigma(q)}(\mathbf{r}) \quad (16)$$

$$v_{bk}^{(s)}(\mathbf{r}) = \sum_{\sigma=\pm} V_k^{\sigma(q)} \phi_k^{\sigma(q)}(\mathbf{r})$$

داریم:

$$V_k^{\sigma(p)} = B U_k^{\sigma(p)}, \quad V_k^{\sigma(h)} = B^{-1} U_k^{\sigma(h)}, \quad B = \frac{\xi^+}{\Delta} \quad (17)$$

از این روابط برای فهم فیزیک فرآیندهای پراکندگی استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال ذره ورودی با اسپین \uparrow و

اندازه حرکت $k_{(p)}$ و انرژی بیشتر از مقدار $\Delta - h_s$ چهار حالت برایش رخ می‌دهد: حفره انعکاسی آندریو

که در آن $\Delta' = \Delta + \frac{\Delta_1'}{\delta} \equiv \Delta + \Delta_1$ است. از حل

دو معادله بوگلیوف اختلالی داریم:

۲۸

$$E = -h_s + \frac{\hbar^2 k^2}{2m_{R'}} + \sqrt{\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m_R} - \mu_s\right)^2 + \Delta^2 \left(1 + \frac{c_1}{\delta}\right)^2}$$

از این رابطه در محاسبه ضریب تراگیسیل استفاده می‌کنیم. ضریب تراگیسیل از نسبت چگالی شبه ذرات عبوری و ورودی توسط رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{j^T}{j^i} \quad 29$$

با محاسبه عبارت بالا داریم

$$I = \frac{4k^{(p)}k_{(p)}|k^{(h)}+k_{(h)}|^2(m_r B^{-2}-m_r)+4k^{(h)}k_{(p)}(k_{(h)}-k^{(p)})^2(-B^2+m_r)}{|B(k^{(h)}-k_{(p)})(k^{(p)}-k_{(h)})-B^{-1}(k^{(h)}+k_{(h)})(k^{(p)}+k_{(p)})|^2}$$

اندازه حرکت شبه حفره‌ها و شبه ذره‌ها در ناحیه ابرشاره و نرمال برمی‌گردد. در ضمن داریم:

$$B = \frac{\varepsilon - \sqrt{\varepsilon^2 - m_r \Delta^2 \left(1 + \frac{c_1}{\delta}\right)^2}}{\Delta \left(1 + \frac{c_1}{\delta}\right)} \quad 31$$

$$\varepsilon = \frac{(E + h_s)(1 + m_r) + \mu_s(1 - m_r)}{2} \quad 32$$

E در عبارت بالا از آنچه که در رابطه ۲۸ به دست آمده است جایگزین می‌شود. با بسط I تا مرتبه اول (هنگامی که Δ_1 کوچک باشد) داریم:

$$I = I_{np} + I_p \quad 33$$

I_{np} جمله غیر اختلالی و I_p جمله اختلالی است.

داریم:

محاسبات و نمودارها با در نظر گرفتن دو

کانال

ذره با اسپین \uparrow و حفره با اسپین \downarrow با جرم‌های نابرابر m_\downarrow و m_\uparrow در نظر می‌گیریم. معادلات بوگلیوف اختلالی برای کانال α به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} & [H(r\uparrow) + (U(\uparrow) + U_1(\uparrow))] (u(r\uparrow) + u_1(r\uparrow)) + \\ & (\Delta + \Delta_1) (v(r\downarrow) + v_1(r\downarrow)) = E (u(r\uparrow) + u_1(r\uparrow)) \end{aligned} \quad 20$$

$$\begin{aligned} & (\Delta^* + \Delta_1^*) (u(r\uparrow) + u_1(r\uparrow)) - [H(r\downarrow) + (U(\downarrow) + U_1(\downarrow))] \\ & \times (v(r\downarrow) + v_1(r\downarrow)) = E (v(r\downarrow) + v_1(r\downarrow)) \end{aligned} \quad 21$$

با ساده کردن معادلات بالا و نگه داشتن جملاتی که از مرتبه اول اختلال هستند داریم:

۲۲

$$[H(r\uparrow) + U(\uparrow)] u_1(r\uparrow) + \Delta v_1(r\downarrow) = E u_1(r\uparrow) - \Delta_1 v_1(r\downarrow) \quad 23$$

$$\Delta^* u_1(r\uparrow) - [H(r\downarrow) + U(\downarrow)] v_1(r\downarrow) = E v_1(r\downarrow) - \Delta_1^* u_1(r\uparrow)$$

$$u_1(r\uparrow) = \delta u(r\uparrow) \quad 24$$

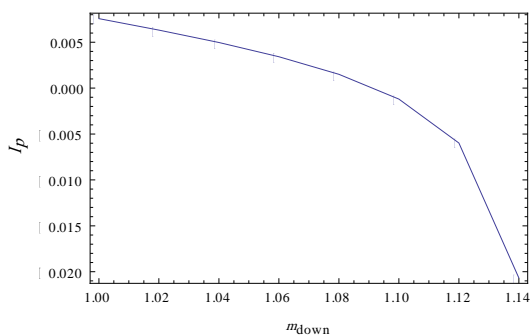
$$v_1(r\downarrow) = \delta v(r\downarrow) \quad 25$$

$$\Delta_1' = c_1 \Delta \quad 26$$

معادلات بالا را می‌توان به فرم ساده‌تر نوشت. برای مثال معادله ۲۲ به صورت زیر خواهد بود:

$$[H(r\uparrow) + U(\uparrow)] u(r\uparrow) + \Delta' v(r\downarrow) = E u(r\uparrow) \quad 27$$

ابتدا نمودارها را برای کانال α رسم می‌کنیم. شکل ۵ نمودار ضریب تراگیسل اختلالی برحسب $m_{\downarrow} = m_{down}$ برای Δ_1 و Δ_0 ثابت را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنیم با افزایش $m_{\downarrow} = m_{down}$ ضریب تراگیسل اختلالی کاهش می‌یابد. برخلاف این مسأله همان‌طور که در شکل ۶ ملاحظه می‌شود با افزایش جرم یک گونه فرمیونی ضریب تراگیسل کل نیز افزایش می‌یابد. شکل‌های ۶ و ۷ نمودارهای ضریب تراگیسل کل و ضریب تراگیسل غیراختلالی را برای دو مقدار متفاوت Δ_0 نشان می‌دهند. شکل ۶ در محدوده مشخصی از جرم رسم شده است. در این محدوده با افزایش جرم گونه فرمیونی ضریب تراگیسل غیراختلالی و کل افزایش می‌یابد. نکته در اینجاست که این نمودار در محدوده جرم‌های بالاتر دارای جواب حقیقی نیست اما در شکل ۷ مشاهده می‌کنیم که در جرم‌های بالاتر نیز ضریب تراگیسل مقدار حقیقی دارد. همان‌طور که از شکل ۷ مشاهده می‌کنیم در یک محدوده مشخصی از جرم منحنی ضریب تراگیسل صعودی و پس از آن نزولی خواهد بود و این رخداد دقیقاً به مقدار تابع گاف مربوط می‌شود.



شکل ۵. ضریب تراگیسل اختلالی برحسب جرم یک گونه با فرمیونی

۳۴

$$I_p = \Delta_1 \left[\frac{m_i k' k_r \left(\frac{8\Delta_1}{X^2} - \frac{4Y \Delta_1}{X^3} \right) (k_i^2 + k_r^2) + f k' k_r \left(\frac{8X^2}{\Delta_1^2} - \frac{4XY}{\Delta_1^3} \right)}{X^2} \right] - \Delta_1 \left[\frac{\left((f f^*) \left(-\frac{Y}{\Delta_0} + \frac{2X}{\Delta_0^2} \right) - m f' f \left(\frac{2}{X} - \frac{Y \Delta_0}{X^2} \right) \right) \left(4f' k' k_r \left(\frac{m_i \Delta_1}{X^2} - m \right) + 4f k' k_r \left(m_i - \frac{X^2}{\Delta_1} \right) \right)}{X^2} \right]$$

در ضمن تعاریف زیر را انجام داده‌ایم:

۳۵

$$Y = \frac{(m_r + 1)\Delta_0}{X^2} - \frac{4\varepsilon(m_r + 1)\Delta_0 - 2m_r \Delta_0}{X^2 \sqrt{4\varepsilon^2 - m_r \Delta_0^2}}$$

$$X' = -\left(\frac{ff^* X}{\Delta_0} + \frac{f' f^* m_r \Delta_0}{X} \right), X'' = \sqrt{\frac{k^4}{2m_r^2} - \frac{\mu_s k^2}{m_r} + \mu_s^2 + \Delta_0^2}$$

$$f = k_h - k^p, f' = k_k + k^h, f^* = k_p + k^h, f'^* = k_p - k^h$$

برای بخش اختلالی ضریب تراگیسل با در نظر گرفتن تقریب $k^h = k^p = k_h = k_p$ در ناحیه عمیق BCS داریم:

۳۶

$$I_p = \Delta_1 \left[\frac{2X^2 - X \Delta_0}{m_r \Delta_0^2} \right]$$

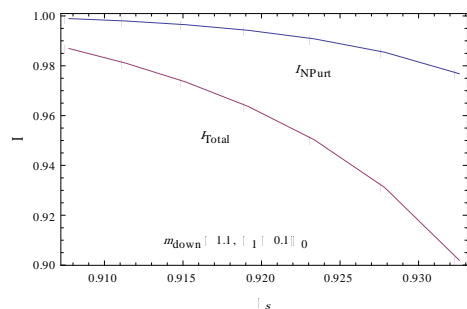
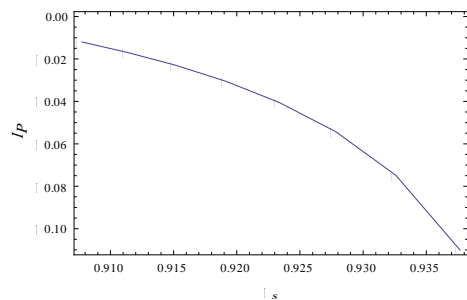
به‌طور مشابه محاسبات را برای کانال β انجام می‌دهیم. با در نظر گرفتن تقریب $k^h = k^p = k_h = k_p$ برای بخش اختلالی کانال β در ناحیه عمیق BCS داریم:

۳۷

$$I_p = \frac{2m_r X^2 - m_r Y_1 \Delta_0 X}{\Delta_0^3}$$

در رابطه بالا Y_1 با تبدیل $m_r \rightarrow \frac{1}{m_r}$ در رابطه‌ای که برای Y به دست آوردیم حاصل می‌شود.

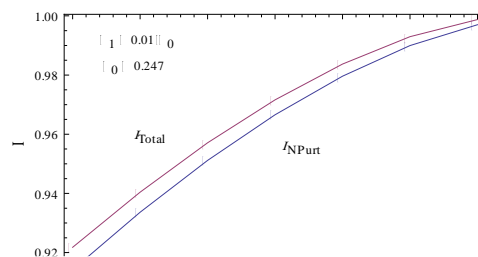
رسم نمودارها و نتیجه‌گیری



شکل ۹. ضریب تراگسیل کل و غیر اختلالی برحسب پتانسیل شیمیایی.

نمودارهایی که در بالا برای کانال α رسم شد به‌طور مشابه در زیر برای کانال β نیز رسم شده است. تفاوت‌هایی میان نمودارهای دو کانال مشاهده می‌شود. مهم‌ترین آن این است که مقایسه شکل ۵ و ۱۰ نشان می‌دهد که برخلاف کانال α در کانال β جرم دو گونه فرمیونی با ضریب تراگسیل اختلالی رابطه عکس ندارد. در ضمن نکته‌ای که از مقایسه نمودارهای شکل‌های ۶ و ۷ عنوان شد در نمودارهای مشابه آن در کانال β مشاهده نمی‌شود. مقایسه نمودارهای شکل‌های ۹ و ۱۴ که در شرایط یکسان رسم شده‌اند نشان می‌دهد که برخلاف کانال α در کانال β ضریب تراگسیل با افزایش پتانسیل شیمیایی افزایش می‌یابد. در کانال β برخلاف کانال قبلی می‌توان نتیجه گرفت که اثر اختلال باعث افزایش ضریب تراگسیل کل می‌شود.

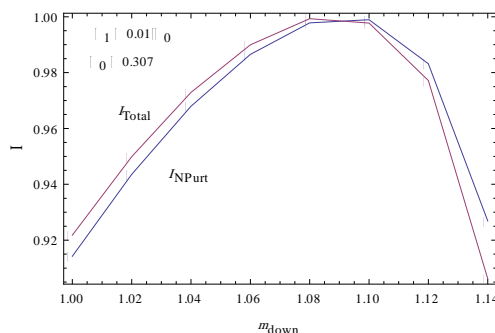
$$\Delta_0 = 0.247$$



شکل ۸. ضریب تراگسیل اختلالی برحسب پتانسیل شیمیایی.

شکل ۶. ضریب تراگسیل غیراختلالی و کل برحسب جرم یک گونه

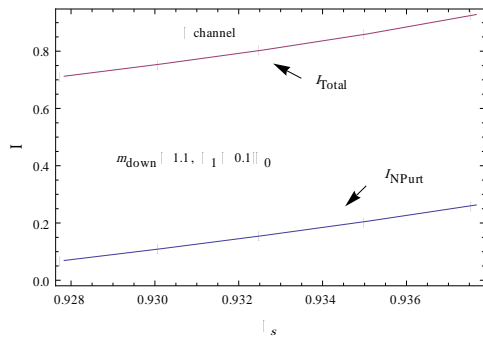
$$\Delta_0 = 0.247, \Delta_1 = 0.01\Delta_0$$



شکل ۷. ضریب تراگسیل غیراختلالی و کل برحسب جرم یک گونه

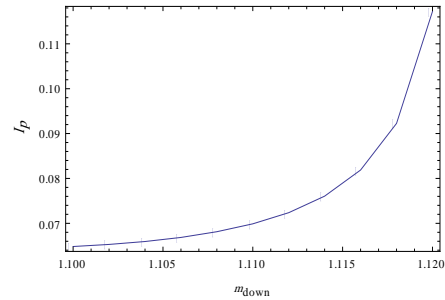
$$\Delta_0 = 0.307, \Delta_1 = 0.01\Delta_0$$

شکل‌های ۸ و ۹ ضریب تراگسیل اختلالی و غیر اختلالی و همچنین ضریب تراگسیل کل را برحسب پتانسیل شیمیایی مؤثر نشان می‌دهند. با توجه به نمودارها ضریب تراگسیل و پتانسیل شیمیایی رابطه معکوس با یکدیگر دارند. همچنین از شکل ۹ می‌توان نتیجه گرفت که اثر اختلال باعث کاهش ضریب تراگسیل کل می‌شود.



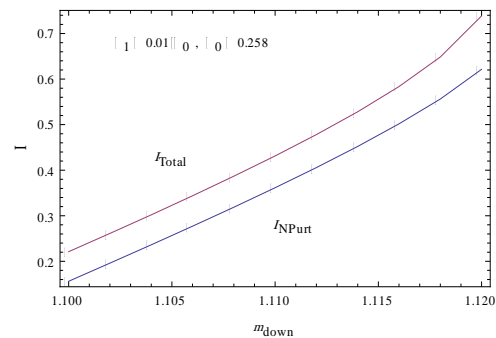
شکل ۱۰. ضریب تراگسیل اختلالی برحسب جرم یک گونه فرمیونی با

$$\Delta_0 = 0.258$$



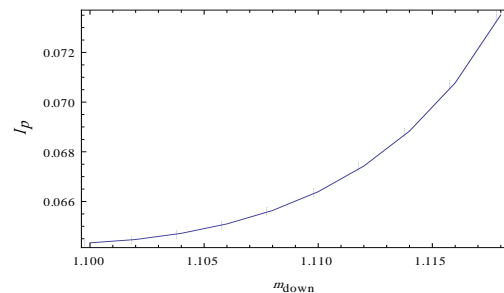
شکل ۱۱. ضریب تراگسیل غیر اختلالی و کل برحسب جرم یک گونه فرمیونی

$$\Delta_0 = 0.258$$



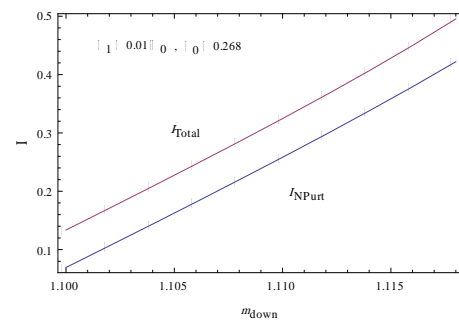
شکل ۱۲. ضریب تراگسیل غیر اختلالی برحسب جرم یک گونه فرمیونی

$$\Delta_0 = 0.268$$



شکل ۱۳. ضریب تراگسیل غیر اختلالی و کل برحسب جرم یک گونه فرمیونی

$$\Delta_0 = 0.268$$



شکل ۱۴. ضریب تراگسیل غیر اختلالی برحسب جرم یک گونه فرمیونی

$$\Delta_0 = 0.268$$

مرجع‌ها

[1] D.M. Eagles, Possible Pairing without Superconductivity at Low Carrier Concentrations in Bulk and Thin-Film Superconducting Semiconductors, *Physical Review* 186 (1969) 456.

[2] P. Nozieres, S. Schmitt-Rink, Bose condensation in an attractive fermion gas: From weak to strong coupling superconductivity, *Journal of Low Temperature Physics* 59 (1985) 195.

[3] Q.J. Chen, J. Stajic, S. Tan, K. Levin, BCS–BEC crossover: From high temperature superconductors to ultracold superfluids, *Physics Reports* 412 (2005) 1.

[4] A.J. Moerdijk, B.J. Verhaar, A. Axelsson, Resonances in ultracold collisions of Li 6 , Li 7 , and Na, *Physical Review A* 51 (1995) 4852.

[5] Q.J. Chen, I. Kosztin, B. Jank’o, K. Levin, Pairing Fluctuation Theory of Superconducting Properties in Underdoped to Overdoped Cuprates, *Physical Review Letters* 81 (1998) 4708.

[6] Q.J. Chen, I. Kosztin, B. Jank’o, K. Levin, Superconducting transitions from the pseudogap state: d-wave symmetry, lattice, and low-dimensional effects, *Physical Review B* 59 (1999) 7083.

[7] Q.J. Chen, I. Kosztin, K. Levin, Unusual Thermodynamical and Transport Signatures of the BCS to Bose-Einstein Crossover Scenario below T_c , *Physical Review Letters* 85 (2000) 2801.

[8] Q.J. Chen, K. Levin, I. Kosztin, Superconducting phase coherence in the presence of a pseudogap: Relation to specific heat, tunneling, and vortex core spectroscopies, *Physical Review B* 63 (2001) 184519.

[9] H. Olofsson, S. Aberg, P. Leboeuf, Semiclassical Theory of Bardeen-Cooper-Schrieffer Pairing-Gap Fluctuations, *Physical Review Letters* 100 (2008) 037005.

[10] B. Van Schaeybroeck, A. Lazarides, Normal-superfluid interface for polarized fermion gases, *Physical Review A* 79 (2009) 053612.

[11] A.F. Andreev, Properties of Rotating liquid He in the vicinity of the Lambda point, *JETP* 19(1964) 983.

[12] J. Tilley, Superfluidity and Superconductivity, IOP publishing Ltd, Bristol, (1990).

The transmission probability of quasiparticles in a two-channel ultra-cold superfluid: the effects of size of the system in the framework of the BCS quasi-classical approximation

Neda Ebrahimian*

Department of Physics, Shahed University, Tehran, Iran

Abstract

The most important topics in two-channel ultra-cold Fermi superfluids with different energies are the investigation of the effect of size of the system on the different physical parameters. One of the important parameters in these systems is the interface transmission probability between the normal and superfluid phases. In this paper, by using the Bogoliubov equations up to the first order approximation for two channels and also by considering the quasiparticles and quasiholes momentum in deep BCS region, the effects of size of the system (in the framework of the BCS quasi-classical approximation) on the interface transmission coefficients of a two-channel ultra-cold system are calculated and the related physical curves are plotted and compared.

Keywords: ultra-cold superfluid, Bogoliubov equations, polarized Fermi gas

* Corresponding Author: n.ebrahimian@aut.ac.ir, n.ebrahimian@shahed.ac.ir